

Textaufgaben grafisch darstellen – Entwicklung eines Analyseinstruments, Intervention und Evaluation

Darstellungen sind wesentlich für mathematische Erkenntnisprozesse. Spätestens seit der Veröffentlichung der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (KMK, 2005) ist das Darstellen auch als ein ‚Ziel‘ schulischer Lehr-Lern-Prozesse im Sinne der Ausbildung und Förderung allgemeiner Kompetenzen formuliert und normativ gesetzt. Als einer von fünf prozessbezogenen Kompetenzen wird dem Darstellen entsprechend seiner Bedeutung für die Mathematik auch im Mathematikunterricht ein hoher Stellenwert eingeräumt. Im Kontext des Sachrechnens sind grafische Darstellungen von besonderer Bedeutung: Die in Textaufgaben verbal dargestellten mathematischen Strukturen können von den Schülerinnen und Schülern grafisch repräsentiert und so zur Bearbeitung der Aufgaben verwendet werden. Lernende haben jedoch immer wieder Schwierigkeiten, Grafiken als Bearbeitungshilfen zu nutzen (z.B. Franke & Ruwisch, 2010).

Ungeklärt ist bisher, ob von Kindern selbstgenerierte grafische Darstellungen zu Textaufgaben mathematische Aufgabenelemente geeignet abbilden sowie ob und wie die Entwicklung einer Darstellungskompetenz gefördert werden kann. Zur Klärung dieser Fragen wird in meinem an der Universität Bamberg durchgeführten Dissertationsprojekt ein Beitrag geleistet.

Entwicklung eines Analyseinstruments

Das Projekt widmet sich zunächst der Frage, inwieweit in Textaufgaben inhärente mathematische Strukturen in selbstgenerierten grafischen Darstellungen von Schülerinnen und Schülern wiedererkennbar sind. Da bislang kein entsprechendes Analysewerkzeug vorlag, wurde mittels Qualitativer Inhaltsanalyse (Mayring, 2010) und theoretischem Kodieren (Strauss & Corbin, 1996) auf der Basis von 438 Kinderdokumenten eines hierfür entwickelten Paper-Pencil-Tests ein kategorienbasiertes und theoriebezogenes Instrument neu entwickelt. Es ermöglicht die Analyse grafischer Darstellungen hinsichtlich der Abbildung mathematischer Strukturen, der mathematischen Passung und des Abstraktionsgrads in Forschung und Praxis (Ott, 2015).

Hinsichtlich der Abbildung mathematischer Strukturen in grafischen Darstellungen zu Textaufgaben wurden im Analyseprozess sechs Kategorien identifiziert: nicht grafische, textferne, illustrative, objektbezogene, implizit diagrammatische und explizit diagrammatische Darstellungen. Im Instrument sind diese Kategorien in einem Entscheidungsbaum angeordnet und durch an den Kategoriendefinitionen orientierte Leitfragen miteinander verbunden. Durch das schrittweise dichotome und streng kompetenzorientierte

Vorgehen in der Analyse kann so jedes Kinderdokument eindeutig einer Kategorie zugeordnet werden (Ott, 2015).

Für die Analyse der mathematischen Passung und des Abstraktionsgrads wurden jeweils Matrizen als Analysefolien entwickelt, die durch ihren Aufbau ebenfalls eindeutige Kategorienzuordnungen jedes Kinderdokuments ermöglichen (Ott, 2014).

Das Instrument wurde mit sehr guten Interkoderreliabilitäten zwischen $K=0.81$ und $K=0.99$ für die einzelnen Analyseaspekte erprobt und kann somit in weiteren Forschungen und im eigenen Projekt eingesetzt werden.

Intervention

Die im Rahmen des Projekts entwickelte Intervention verfolgt das Ziel, die grafischen Darstellungsfähigkeiten der Schülerinnen und Schüler weiterzuentwickeln, indem durch Reflexionseinheiten auf ihre Bewusstheit (Mason, 1987) bezüglich grafischer Darstellungen Einfluss genommen wird. Die Intervention orientiert sich dabei an von Steinweg (2002) für den Arithmetikunterricht identifizierten Stationen auf dem Weg zur Rechenkompetenz. Ausgangspunkt und Gegenstand der Reflexionsprozesse zum grafischen Darstellen bilden in der Intervention von den Lernenden selbstgenerierte grafische Darstellungen zu Textaufgaben. Die Intervention ist in einem zweiphasigen Unterrichtsaufbau angelegt.

In einer ersten Phase entwickeln die Schülerinnen und Schüler zu einer Textaufgabe selbstständig in der Freiarbeit grafische Darstellungen mit den ihnen zur Verfügung stehenden informellen Strategien. In der darauffolgenden zweiten Phase werden einige dieser Kinderprodukte in den Mittelpunkt gestellt und in Gesprächen reflektiert. Den Lernenden wird somit eine aktive Erweiterung ihres Darstellungswissens und ihrer Darstellungsfähigkeiten in diesen sozialen Aushandlungsprozessen ermöglicht. Dabei fokussieren die Reflexionsgespräche darauf, die fremden Kinderdokumente zu erklären und zu verstehen.

Die Phasen finden im wöchentlichen Wechsel statt. Insgesamt wurden im Projekt zwischen September 2012 und März 2013 neun Interventionseinheiten in zwei Klassen der Jahrgangsstufe 3 durchgeführt.

Evaluation

Die zweite wesentliche Frage des Projekts evaluiert, inwieweit sich diese auf grafische Darstellungsbewusstheit ausgerichtete Intervention auf Darstellungsfähigkeiten der Schülerinnen und Schüler auswirkt. Dazu wurde die Längsschnittstudie in einem Drei-Gruppen-Design (Interventionsgruppe, Kontrollgruppe 1 mit Interventionsaufgaben, Kontrollgruppe 2 mit alltäglichem Unterricht) mit drei Testzeitpunkten (Pretest Juli 2012, Posttest März

2013, Follow-up Juni 2013) angelegt und sowohl qualitativ mittels des bereits vorgestellten Analyseinstruments als auch quantitativ ausgewertet. Grundlage für die Analyse bildeten die 2780 Kinderdokumente des hierfür entwickelten Paper-Pencil-Tests. Die quantitative Auswertung wurde mittels zweifaktorieller Varianzanalyse aufgrund der Daten der zu allen Testzeitpunkten anwesenden Kinder (33 pro Gruppe) durchgeführt. Es wurde die Hypothese getestet, dass Kinder der Interventionsgruppe nach der Intervention häufiger konstituierende Merkmale (mathematische Struktur, mathematische Passung, Abstraktionsgrad) grafischer Darstellungen in ihren Dokumenten beachten als Kinder der Kontrollgruppen.

Hinsichtlich der mathematischen Struktur (strukturelevante Objekte und Verknüpfungen) kann die Hypothese angenommen werden. Es zeigt sich ein signifikanter Interaktionseffekt zwischen der mathematischen Strukturdarstellung und der Gruppenzugehörigkeit ($F(3.690, 177.119) = 11.591$; $p < .001$; $\eta_p^2 = 0.195$). Die Paarvergleiche zeigen die signifikanten Unterschiede zwischen der Interventionsgruppe und den Kontrollgruppen im Posttest und Follow-up genauer (vgl. Abb. 1). Die Dokumente wurden dichotom kodiert. Ein Gruppenmittelwert von 8 würde bedeuten, dass alle Kinder in allen acht Items mathematische Strukturelemente beachtet haben.

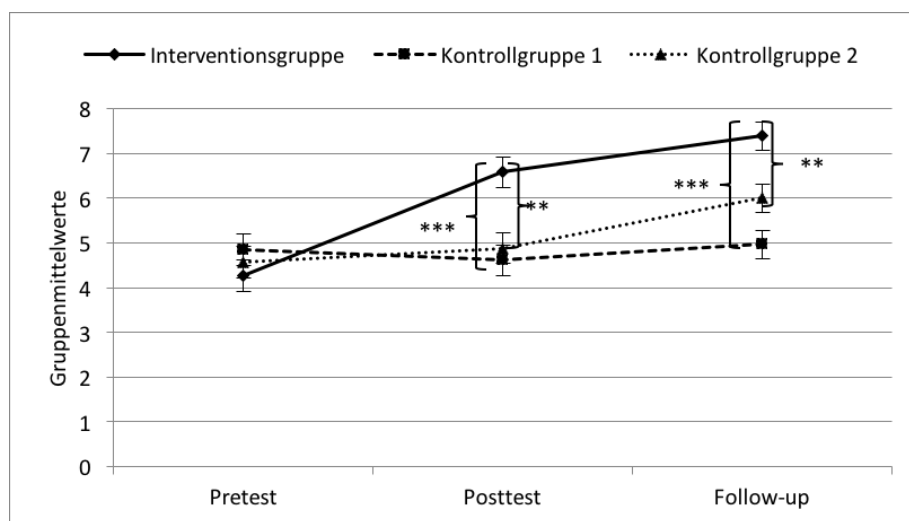


Abb. 1: Interaktion der Gruppen bzgl. der mathematischen Struktur (** $p < .01$, *** $p < .001$)

Auch hinsichtlich der mathematischen Passung kann die Hypothese angenommen werden. Erstaunlicherweise folgt die Beachtung des Abstraktionsgrads nicht diesem Muster. Die Hypothese muss hier verworfen werden. Der Abstraktionsgrad hat demnach keine Auswirkung auf die Abbildung der mathematischen Struktur und die Beachtung der Passung. Ebenso muss die weiterhin aufgestellte Hypothese verworfen werden, dass Kinder der Interventionsgruppe nach der Intervention Textaufgaben häufiger richtiger lösen als Kinder der Kontrollgruppen. Allerdings zeigt hier die Häufigkeitsverteilung, dass - im Gegensatz zu den Kontrollgruppen - in der Interventionsgruppe die

richtigen Lösungen kontinuierlich zunehmen, bei gleichzeitiger Abnahme der falschen Lösungen bzw. der Dokumente ohne Lösung.

Die qualitative Analyse der Kinderdokumente verdeutlicht, dass die Entwicklung der grafischen Darstellungen höchst individuell und vielfältig geschieht und die Kinder im Verlauf der Intervention ihre Art der grafischen Darstellung jeweils weiterentwickeln.

Fazit

Das Erstellen einer grafischen Darstellung ist ein komplexer, individueller Prozess. Um diesem gerecht zu werden, scheint eine kriterienbasierte Betrachtung der Darstellungen notwendig. Ein Unterricht, der grafische Darstellungen als Gegenstände ins Zentrum rückt und mit Reflexionsgesprächen arbeitet, erscheint hilfreich für die Entwicklung von Darstellungskompetenzen. Dabei sollte der Unterricht auf die Abbildung der mathematischen Strukturen der Textaufgaben fokussieren und weniger auf deren Abstraktionsgrad. Insgesamt ist die Befähigung zum grafischen Darstellen nicht hinreichend für die Nutzung grafischer Darstellungen als Bearbeitungshilfen, jedoch notwendige Bedingung.

Literatur

- Franke, M., & Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule* (2. Aufl.) Heidelberg: Spektrum.
- KMK (2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. München u.a.: Luchterhand.
- Mason, J. (1987). "Erziehung kann nur auf die Bewußtheit Einfluß nehmen". *mathematik lehren*, 21, 4–5.
- Mayring, Ph. (2010). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken* (11. Aufl.). Weinheim: Beltz.
- Ott, B. (2014). Kinder zeichnen zu Textaufgaben. In J. Roth, & J. Ames (Hg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 879-882). Münster u.a.: WTM.
- Ott, B. (2015). Qualitative Analyse grafischer Darstellungen zu Textaufgaben. In G. Kadunz (Hg.), *Semiotische Perspektiven auf das Lernen von Mathematik* (S. 163-182). Heidelberg: Springer.
- Steinweg, A. S. (2002). „Ich freu’ mich so, dass ich 1.-Schuljahr-Aufgaben rechnen darf“. *Grundschulunterricht*, 10, 17-20.
- Strauss, A. L., & Corbin, J. M. (1996). *Grounded theory: Grundlagen qualitativer Sozialforschung*. Weinheim: Beltz.