# Lernbereich Mathematik

## 18 Erstrechnen

*Susanne Kuratli Geeler, Elisabeth Moser Opitz, Susanne Schnepel*

Wie lernen Kinder rechnen? Das folgende Kapitel versucht diese Frage zu beantworten, indem zuerst anhand eines Forschungsüberblicks zu sonderpädagogischen und fachdidaktischen Studien verschiedene Aspekte der numerischen Entwicklung dargestellt werden. Im Anschluss daran werden Hinweise für den mathematischen Erstunterricht für Kinder mit besonderem Förderbedarf gegeben. Anhand der Inhalte Zählen, strukturierte Anzahlerfassung, Zahlzerlegung, Zahlerhaltung, Mathematisieren usw. wird aufgezeigt, wie durch frühe und vielfältige Erfahrungen mit Zahlen und Anzahlen numerische Kompetenzen aufgebaut und gefördert werden können.

Die Frage, wie Kinder rechnen lernen, wird schon seit langer Zeit kontrovers diskutiert und sie führte zu Vorgehensweisen und Unterrichtsmethoden, die sich immer wieder veränderten. Ende des 19. bzw. Anfang des 20. Jahrhunderts wurde gestritten, ob Kinder vor allem durch *Anschauen*, d. h. durch Aktivitäten wie simultane Zahlerfassung und den Einsatz von Materialien oder aber durch Zählen rechnen lernen würden (Radatz & Schipper, 1983). In den 1970er-Jahren wurde die Mengenlehre mit der Betonung des Mengenaspektes und mit formalen Darstellungen aktuell. Im sonderpädagogischen Bereich – und oft auch in der Regelschule – wurde während langer Zeit ein Vorgehen favorisiert, das in (vermeintlicher) Anlehnung an Piaget eine pränumerische Förderung als Voraussetzung für das Rechnenlernen annahm und – um einer Überforderung der Kinder vorzubeugen – den Zahlenraum schrittweise Zahl für Zahl von 1–6 (bzw. 1–10) aufbaute. Aufgrund des Wissens aus Studien zur numerischen Entwicklung von Kindergartenkindern und Grundschülerinnen und -schülern aus den Förderschwerpunkten Lernen und geistige Entwicklung und auf der Grundlage von mathematikdidaktischer Forschung werden heute Vorgehensweisen vorgeschlagen, die sich am Aufbau spezifisch numerischer Kompetenzen orientieren und mit dem Zahlenraum von 1-10 bzw. 1-20 arbeiten (Scherer, 2017; 1995; Walter, Suhr & Werner, 2001; Moser Opitz, 2008; Garrote, Moser Opitz & Ratz, 2015). ImFolgenden wird auf der Grundlage dieser Forschungen dargestellt, welche Aspekte es im Erstrechenunterricht, in dem auch Kinder mit Förderbedarf unterrichtet werden, besonders zu berücksichtigen gilt.

## 18.1 Bedeutung und Entwicklung numerischer Kompetenzen

### 18.1.1 Bedeutung der frühen numerischen Kompetenzen

Der Erwerb numerischer Kompetenzen ist von besonderer Bedeutung, weil verschiedene Studien nachweisen konnten, dass nicht sogenannt pränumerische Kompetenzen (Klassifikation, Invarianz), sondern das spezifische Mengen- und Zahlvorwissen von Kindergartenkindern ein wesentlicher Prädiktor für schulische Mathematikleistungen ist (z. B. Gallit et al., 2018; Lyons, Price, Vaessen, Blomert & Ansari, 2014). Je höher die numerischen Kompetenzen im Kindergarten sind, desto höher sind tendenziell auch die späteren mathematischen Leistungen. Ebenso konnte nachgewiesen werden, dass Kinder mit niedrigen numerischen Grundkompetenzen ein erhöhtes Risiko haben, eine Rechenschwäche zu entwickeln (z.B. Desoete, Ceulemans, De Weerdt & Pieters, 2012; Geary, Hoard, Nugent & Bailey, 2013).

Bei der Vorhersage der Mathematikleistung hat sich die Unterscheidung zwischen symbolischen und nicht-symbolischen Kompetenzen als bedeutsam erwiesen. Zu den symbolischen Kompetenzen gehören Aktivitäten, bei denen Zahlen oder Zahlwörter verwendet werden, z.B. das Zählen oder das Lesen von Zahlen. Für die nicht-symbolischen Kompetenzen ist keine Zahlenkenntnis notwendig, sondern es geht um das Erfassen und Unterscheiden von Mengen ohne Zahlen (z.B. visueller Vergleich von zwei Mengen über deren räumliche Ausdehnung). Die Fähigkeit, im Kindergartenalter symbolische und nicht-symbolische Darstellungen miteinander zu verbinden, hat einen Einfluss auf die Mathematikleistung im ersten Schuljahr (Kolkman, Kroesbergen & Leseman, 2013). Für das Rechnenlernen sind die symbolischen Kompetenzen von Bedeutung, weil sie notwendig sind, um ein präzises Anzahlkonzept zu entwickeln. Symbolische Kompetenzen erwiesen sich sowohl im Kindergartenalter als auch in den ersten beiden Schuljahren als der stärkste Prädiktor für das Lösen von Rechnungen und Textaufgaben (Desoete et al., 2012; Smedt, Noël, Gilmore & Ansari, 2013; Toll, Kroesbergen & Van Luit, 2016). Die nicht-symbolischen Kompetenzen konnten der Vorhersage der Mathematikleistung dienen, wenn sie im Kindergarten erfasst wurden (ebd.).

Die Forschungsergebnisse zeigen somit, dass spezifisch numerische Kompetenzen für den Zahlbegriffserwerb zentral sind. Zudem wurde in mehreren Studien anchgewiesen, dass auch Kinder mit Förderbedarf Lernen und geistige Entwicklung beim Schuleintritt schon über spezifisch numerische Kompetenzen verfügen (z.B. Moser Opitz, 2008; Garrote et al., 2015). Eine rein pränumerische Förderung, die auf das Invarianzverständnis oder die Klassifikation abzielt, ohne Zahlen zu verwenden (z.B. de Vries, 2014; Kistler & Schneider, 2015), ist somit für den Aufbau des Zahlbegriffs wenig zielführend und keine Voraussetzung für den Umgang mit Zahlen.

Aufgrund der hohen Bedeutung numerischer Kompetenzen für den mathematischen Lernerfolg sind Erkenntnisse zu deren Entwicklung bedeutsam. Diese werden im Folgenden dargestellt.

### 18.1.2 Entwicklungsmodell

Mathematische Konzepte und Kompetenzen entwickeln sich ab dem Säuglingsalter. Dabei wird zwischen der approximativen und der exakten Mengenrepräsentation unterschieden. Unter approximativer Mengenrepräsentation wird das ungefähre Bestimmen bzw. Vergleichen von Mengen verstanden. Bereits kleine Kinder können beispielsweise durch Simultanerfassung oder durch visuelles Abschätzen zwei Mengen vergleichen. Unter exakter Mengenrepräsentation wird das genaue Bestimmen einer Anzahl durch Zählen und damit verbunden die Zuordnung von Zahlen zu Mengen verstanden. Diese Prozesse werden in Entwicklungsmodellen dargestellt (Fritz, Ehlert & Leutner, 2018; Schneider, Küspert & Krajewski, 2016). Wir beziehen uns im Folgenden auf das Modell von Krajewski und Ennemoser (2013). Dieses Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung (ZGV) umfasst den Entwicklungsbereich von der Geburt bis ins Grundschulalter.

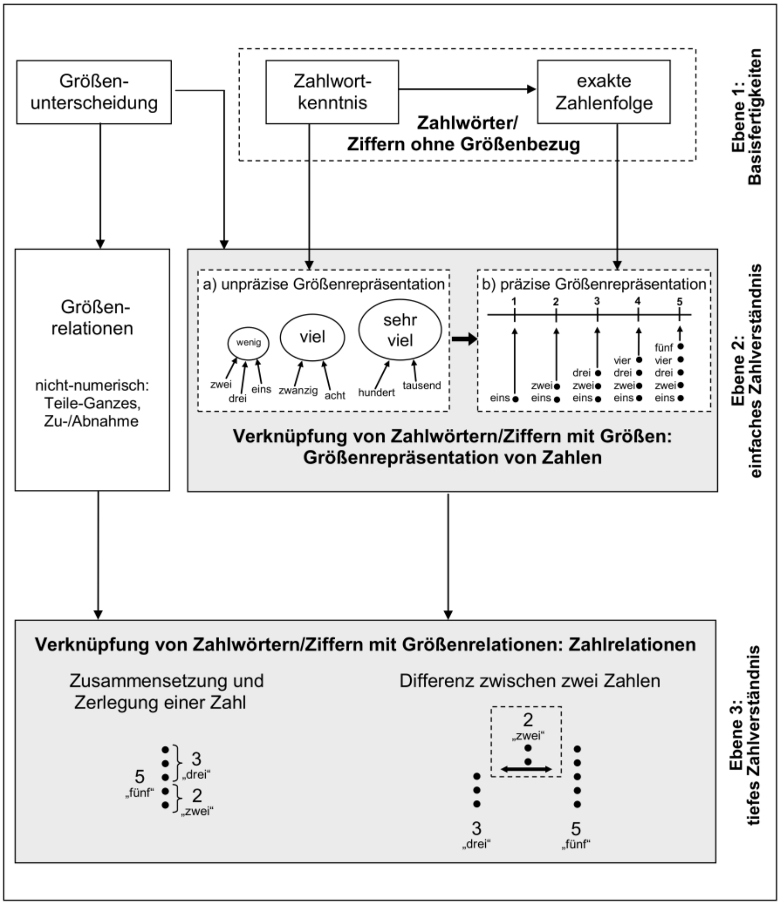



**Abb. 2:** Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung (Krajewski & Ennemoser, 2013, S. 43)

Die erste Ebene (Basisfertigkeiten) beschreibt einerseits die Unterscheidung von Mengen und andererseits den Erwerb der Zahlwortreihe (vgl. Abschnitt 18.1.3 Zählkompetenzen). Dabei bezieht sich die Mengenunterscheidung noch nicht auf den präzisen Vergleich von Mengen,

sondern auf das oben beschriebene Vorgehen, bei dem die Ausdehnung der Menge (Objekte nehmen viel bzw. wenig Raum ein) verglichen wird.
Karen Wynn hat zu Beginn der 1990er-Jahre mehrere viel beachtete Studien präsentiert, in denen sie nachwies, dass schon Babys auf die Veränderung von kleinen Anzahlen (bis drei oder vier) reagieren. Diese Fähigkeit wird als *Subitizing* bezeichnet (hergeleitet vom italienischen *subito, „plötzlich, sofort“*). In der Fachliteratur wurde (und wird) intensiv diskutiert, ob *Subitizing* eine Vorläuferfähigkeit für den Zahlbegriffserwerb darstellt oder ob es sich um eine Fähigkeit handelt, die in erster Linie visuelle Mehr-weniger-Vergleiche beinhaltet. Wynn (1997) ging davon aus, dass es eine angeborene Zahlrepräsentation gibt, die während eines länger dauernden Lernprozesses mit der Zahlwortreihe in Verbindung gebracht wird. *Subitizing* wurde somit als eine Art Vorläuferfähigkeit des Zahlbegriffserwerbs betrachtet, die schon numerisches Wissen enthält. Anderen Sichtweisen und Studien zufolge wird heute davon ausgegangen, dass es sich beim *Subitizing* um eine präverbale Form der Mengenrepräsentation handelt, die in erster Linie durch die visuelle Wahrnehmung bestimmt wird (Simon, Peterson, Patel & Sathian, 1998; Benoit, Lehalle & Jouen, 2004; Berch, 2005). Neuere Ansätze interessieren sich für den Zusammenhang zwischen Subitizing und den Zählkompetenzen und beschreiben beide Kompetenzen als bedeutsam für den Zahlbegriffserwerb (Desoete, Ceulemans, Roeyers Huylebroeck, 2009; Hannula-Sormunen, Lehtinen & Räsänen, 2015).
Mit Beginn des Sprechens lernen Kinder erste Zahlwörter kennen, indem sie gehörte Zahlwörter nachahmen und mit der Zeit Zahlenfolgen wiedergeben können. Sie wissen aber noch nicht, dass die exakte Menge durch Zählen ermittelt werden kann (Schneider et al., 2016, S. 26).

Auf der zweiten Ebene (einfaches Zahlverständnis) erfolgt die Verknüpfung der Zahlwörter mit Mengen. Dabei erwerben die Kinder zunächst ein unpräzises Anzahlkonzept. Sie wissen beispielsweise, dass 3 „wenig“ und 50 „viel“ ist. Mit dem Erwerb des präzisen Anzahlkonzeptes können schließlich Elemente einzeln mit der Zahlenfolge verbunden werden. Dabei korrespondiert jede einzelne Zahl mit einer auszählbaren Menge. Damit verfügen Kinder über das Kardinalprinzip (vgl. Abschnitt 18.1.3 Zählkompetenzen), eine wichtige Kompetenz innerhalb der mathematischen Entwicklung (Schneider et al., 2016, S. 27 ff.). Unabhängig davon entwickelt sich auch das Verständnis für Mengen weiter. Die Kinder erkennen, dass Mengen durch die Zugabe bzw. Wegnahme von Objekten verändert werden können.

Auf der dritten Ebene (tiefes Zahlverständnis) werden die Beziehungen zwischen Mengen schließlich auch mit Zahlen beschreibbar. Damit erwerben die Kinder das Teil-Ganzes-Konzept, einen weiterern Meilenstein der mathematischen Kompetenzenwicklung (Schneider et al., 2016, S. 30). Sie erkennen, dass Zahlen in kleinere Anzahlen zerlegt und wieder zusammengesetzt werden können und dass sich die Differenz zweier Zahlen wieder durch eine Zahl darstellen lässt.

Die Entwicklung der Kompetenzen auf den drei Ebenen kann abhängig vom Zahlenraum und der Repräsentation der Aufgaben parallel verlaufen, z.B. kann ein Kind im Zahlenraum bis Zehn Kompetenzen der dritten Ebene zeigen, im Zahlenraum bis 20 aber Kompetenzen auf der zweiten Ebene.

Das Modell verdeutlicht die Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Teilkompetenzen und kann bei der Erfassung der Lernausgangslage sowie der Förderung als Orientierung dienen.

Wie dargestellt worden ist, sind für den Aufbau des Zahlbegriffs Zählkompetenzen zentral. Ihre Entwicklung wird deshalb im Folgenden ausführlich dargestellt.

### 18.1.3 Entwicklung der Zählkompetenzen

Zählen wird heute als wichtige Voraussetzung zum Rechnenlernen betrachtet. Erst durch das Zählen wird es möglich, eine Anzahl korrekt zu bestimmen (z. B. Janssen, de Boeck, Viane & Vallaeys, 1999; Freudenthal, 1977). Dazu gehört die Einsicht in fünf Zählprinzipien, die von Gelman und Gallistel (1978) beschrieben wurden. Diese Prinzipien werden von den Kindern nicht als explizite Regeln erworben, sondern als implizite Handlungskonzepte, die sich durch Erfahrung nach und nach aufbauen und ausdifferenzieren.

- *Eineindeutigkeitsprinzip:* Jedem Objekt der jeweils zu zählenden – endlichen – Kollektion wird ein und nur ein Zahlwort zugeordnet.
- *Prinzip der stabilen Ordnung:* Die beim Zählen benutzten Zahlwörter müssen in einer stabilen, stets in gleicher Weise wiederholbaren Ordnung vorliegen.
- *Kardinalprinzip oder Kardinalwortprinzip:* Das letzte Zahlwort, das bei einem Zählprozess benutzt wird, gibt die Anzahl Objekte der jeweiligen Kollektion an.
- *Abstraktionsprinzip:* Die ersten drei Prinzipien können auf eine beliebige Anzahl von Objekten angewendet werden.
- *Prinzip der Irrelevanz der Anordnung:* Die jeweilige Anordnung der Objekte einer Kollektion ist für den Zählakt irrelevant.

Dabei ist wichtig zu wissen, dass die Zählkompetenz sozial vermittelt wird. Kinder lernen die Zählprinzipien kennen, indem sie den Zählakt bei Eltern oder Geschwistern usw. beobachten, nachahmen und nach und nach ein immer umfassenderes Verständnis dieses Vorgangs entwickeln. Karen Fuson (1988) hat aufgrund von mehreren Studien ein umfassendes Konzept zur Zählentwicklung vorgelegt. Darin werden drei Kontextaspekte des Zählens unterschieden, die für die Beobachtung von Zählprozessen hilfreich sind: Der Erwerb der Zahlwortreihe, der Akt des Zählens von Objekten und das kardinale Verständnis.
Beim *Erwerb der Zahlwortreihe* geht es um das verbale Zählen und damit um den Erwerb des Prinzips der stabilen Ordnung der Zahlwörter. Kinder beginnen mit ca. zwei Jahren zu zählen, indem sie Zahlwörter, die sie von anderen Personen hören, nachzuahmen beginnen. Anfänglich besteht dieses Zählen aus einer „auswendig gelernten Worthülse", die sich mit der Zeit zu einer Kenntnis der vollständig reversiblen Zahlwortreihe ausdifferenziert. Fuson (1988, S. 33) unterscheidet fünf Phasen:

- *Ganzheitsauffassung der Zahlwortreihe:* Die Zahlwortreihe wird als unidirektio- nale Ganzheit aufgefasst und wie ein Lied oder ein Gedicht rezitiert. Die Zahlwörter werden nicht voneinander unterschieden. Elemente werden nicht gezählt und die Zahlwörter haben keine kardinale Bedeutung.
- *Unflexible Zahlwortreihe:* Die Zahlwörter werden als Einheiten aufgefasst. Die Kinder können die Zahlwortreihe aufsagen, sie müssen aber immer wieder bei eins beginnen. Vorgänger und Nachfolger einer bestimmten Zahl können nur genannt werden, indem das Kind sie innerhalb der Zahlreihe zu bestimmen versucht. Eins-zu-Eins-Korrespondenz zwischen Zahlwort und Element kann hergestellt werden. Die Kinder können durch Zählen eine bestimmte Anzahl Elemente bestimmen („das sind drei“).
- *Teilweise flexible Zahlwortreihe:* Die Zahlwortreihe kann von einem beliebigen Zahlwort aus aufgesagt werden. Vorgänger- und Nachfolgerzahlen können unverzüglich genannt werden. Rückwärtszählen gelingt zum Teil.
- *Flexible Zahlwortreihe:* Jedes Zahlwort wird als Einheit betrachtet. Von jeder Zahl aus kann eine bestimmte Anzahl Schritte weitergezählt werden (z. B. von 14 aus drei Schritte vorwärts).
- *Vollständig reversible Zahlwortreihe:* Es kann von jeder Zahl aus vorwärts und rückwärts gezählt werden. Richtungswechsel erfolgen schnell und ohne Schwierigkeiten, Vorgänger und Nachfolger einer bestimmten Zahl können unverzüglich genannt werden.

Der Erwerb der Zahlwortreihe vollzieht sich so, dass in der deutschen Sprache die Zahlwörter für eins bis zwölf auswendig gelernt werden. Die Zahlwörter für 13 bis 19 können dann im Prinzip aufgrund der Kenntnis von drei, vier, fünf usw. konstruiert werden. Die Zahlwörter für die Zehnerzahlen (zwanzig, dreißig …) müssen wiederum auswendig gelernt werden, während 21 bis 29, 31 bis 39 usw. aufgrund der Kenntnisse der Zahlwörter für 1–9 konstruiert werden. Innerhalb dieses Konstruktionsprozesses kommt es immer wieder zu (logischen) Verzählungen, bei denen die Kinder Zahlwörter auslassen oder eigene bilden (Scherer & Moser Opitz 2010; Selter & Spiegel, 1997).

Beim *Zählen von Objekten* geht es um das Eindeutigkeitsprinzip und das Prinzip der Irrelevanz der Anordnung. Die Kinder lernen, dass jedem Objekt ein und nur ein Zahlwort zugeordnet wird, und dass die Reihenfolge, in der die Elemente gezählt werden, für den Zählakt irrelevant ist. Dabei kommt es immer wieder zu Koordinationsfehlern, indem beispielsweise auf ein Objekt gezeigt wird, ohne dass ein Zahlwort gesagt wird, dass Objekte übersprungen oder doppelt gezählt werden usw. (Fuson, 1988, S. 182 ff.). Es gibt verschiedene Faktoren, die das Zählen von Objekten erleichtern bzw. erschweren können. Towse und Hitch (1996) haben aufgezeigt, dass die Beschaffenheit der zu zählenden Objekte den Zählakt beeinflusst. Objekte, die sehr ähnlich aussehen, sind schwieriger zu zählen als Objekte, die sich visuell gut unterscheiden lassen. Geordnete Objekte sind zudem einfacher zu zählen als ungeordnete. Wenn Kinder Schwierigkeiten haben mit dem Zählen von Objekten ist es deshalb hilfreich, wenn sie Dinge zählen können, die geordnet sind und die zur selben Klasse von Gegenständen gehören, sich jedoch in der Form, der Farbe oder der Größe voneinander unterscheiden (z. B. Steine, Muscheln oder Knöpfe). Zudem scheint es für das Gelingen des Zählaktes auch eine Rolle zu spielen, ob Objekte durch Verschieben, durch Antippen oder durch „Antippen mit den Augen“ gezählt werden. Zählen durch Verschieben scheint einfacher zu sein als Zählen nur durch Antippen (Towse & Hitch, 1996).

*Kardinales Verständnis* meint, dass das Kind versteht, dass man zum Bestimmen der Anzahl Elemente einer Menge zählen kann und dass das letztgenannte Zahlwort beim Zählakt die Anzahl der Objekte bezeichnet. Konkret bedeutet das, dass Kinder zur Beantwortung der Frage „Wie viele sind es?“ mit Zählen beginnen und am Schluss die Frage nach der Anzahl mit dem zuletzt genannten Zahlwort beantworten. Kinder, die das kardinale Verständnis noch nicht erworben haben, beginnen auf die Frage „Wie viele sind es?“ oft erneut zu zählen. Dieses kardinale Verständnis ist notwendig für den Erwerb des präzisen Anzahlkonzepts (Abschnitt 18.1.2).

## 18.2 Zentrale Aspekte der Förderung im mathematischen Erstunterricht

### 18.2.1 Ganzheitliche Erarbeitung des Zahlenraums

In traditionellen sonderpädagogischen Rechenlehrgängen werden die Zahlen oft Schritt für Schritt eingeführt und für jede Zahl wird eine eigene Veranschaulichung verwendet; für die Zwei ein Paar Strümpfe, für die Drei ein Kleeblatt usw. Dieses Vorgehen beinhaltet diverse Nachteile. Zum einen führt das kleinschrittige Arbeiten mit einzelnen Zahlen dazu, dass die Kinder die Zahlen nicht zueinander in Beziehung setzen können (z. B. der Größe nach ordnen). Die Bedeutung jeder Zahl kann erst verstanden werden, wenn diese in den Kontext von anderen Zahlen bzw. in den Kontext des dekadischen Systems gestellt wird (Scherer, 1995, S. 58). Zum anderen führen Veranschaulichungen wie Strümpfe, Kleeblätter usw. dazu, dass sich die Kinder vor allem mit diesen Alltagsgegenständen befassen und Schwierigkeiten haben, sich auf den numerischen Inhalt einzulassen. Deshalb empfiehlt sich für den Aufbau des Zahlenraums die Arbeit mit dem Zwanzigerfeld (Abb. 2), das mit zweifarbigen Wendeplättchen belegt werden kann. Der Zahlenraum wird hier als „Ganzheit“ bis 20 angeboten, die es erlaubt, die einzelnen Zahlen im Kontext des dekadischen Systems zu erarbeiten. Durch die Fünfer- und Zehnerstrukturierung wird zudem der mathematische Aspekt der Anzahl in den Vordergrund gerückt (Moser Opitz 2010; Scherer & Moser Opitz, 2010).

**Abb. 2:** Zwanzigerfeld mit Darstellung „Zehner in einer Reihe“

Es wird häufig argumentiert, dass Kinder mit besonderem Förderbedarf mit einem solchen

Vorgehen überfordert seien. Hier gilt es zu beachten, dass ganzheitliches Erarbeiten des Zahlenraums nicht heißt, dass gleich zu Beginn alle Details beherrscht werden müssen (Scherer, 2017, S. 482). Es geht darum, dass die Kinder die Zahlen bis 10 bzw. 20 als Angebot erhalten und diese nach und nach verstehen lernen. Eine empirische Untersuchung an Sonderklassen hat gezeigt, dass die Kinder, die ein ganzheitliches Angebot des Zahlenraums erhielten, mehr Fortschritte machten beim Mathematiklernen als Kinder, die den Zahlenraum Zahl für Zahl erarbeiteten (Moser Opitz, 2008, S. 151 ff.).

### 18.2.2 Zählkompetenzen

Wichtig im mathematischen Erstunterricht ist gemäß den vorherigen Ausführungen die Überprüfung bzw. Förderung von Zählkompetenzen (Scherer & Moser Opitz, 2010). Zum Erwerb der vollständig reversiblen Zahlwortreihe gehört auch das Zählen in Schritten, von einer beliebigen Zahl beginnend. Es trägt dazu bei Strukturen zu entdecken und zu nutzen, Beziehungen zwischen Zahlen wahrzunehmen und sich vom Abzählen in Einerschritten zu lösen (Häsel-Weide, Nührenbörger, Moser Opitz & Wittich, 2017). Im Unterricht sollen immer wieder Gelegenheiten zum Üben und Erweitern der Zahlwortreihe und zur Bestimmung von Anzahlen durch Zählen gegeben werden:

*Zahlwortreihe* (lautes, verbales Zählen ohne Gegenstände): Zähllieder und -verse, Abzählverse; immer wieder zählen so weit es geht; rückwärts zählen; zählen von verschiedenen Startzahlen aus; zählen in Schritten usw.

*Objekte zählen und kardinales Verständnis*: Im Schulalltag immer wieder verschiedene Gegenstände zählen. Wie viele neue Bleistifte sind hier? Wie viele Kinder? Reicht es für alle? Zählecke einrichten mit Schachteln, die verschiedene Anzahlen (von 0 bis mindestens 100) von Gegenständen beinhalten.

### 18.2.3 Strukturierte Anzahlerfassung

Vorgängig wurde darauf hingewiesen, dass Kinder unstrukturierte Anzahlen bis höchstens vier durch *Subitizing* „auf einen Blick“ wahrnehmen können. Größere Anzahlen werden quasi-simultan erfasst, d. h. durch eine visuelle Strukturierung werden Gruppen gebildet. Bekanntes Beispiel dafür ist der Würfel, bei dem z. B. die Sechs als zwei Dreiergruppen erfasst wird. Dieses Erfassen von strukturierten Anzahlen ist eine wichtige Kompetenz, um später Rechenfähigkeiten zu entwickeln, die nicht auf Abzählen an den Fingern oder auf einem anderen Hilfsmittel beruhen. In einer empirischen Untersuchung an Sonderklassen in der Schweiz konnte aufgezeigt werden, dass Kinder, mit denen konsequent an dieser Anzahlerfassung gearbeitet wurde, beim Addieren und Subtrahieren weniger zählend rechneten als Schülerinnen und Schüler, mit denen dies nicht getan worden war (Moser Opitz, 2008, S. 157 ff.). Da zählendes Rechnen sich häufig verfestigt und die Schülerinnen und Schüler nur schwer davon wegkommen (vgl. Schmassman & Jandl in diesem Band), kommt der strukturierten Anzahlerfassung besondere Bedeutung zu (Häsel-Weide et al., 2017; Wittich, 2017). Wichtig dabei ist, dass die Kinder genügend Zeit haben, die Anzahlen zuerst durch Zählen zu bestimmen und deren Struktur zu erkennen. Dazu sollen die sKinder immer wieder verbalisieren, welche Strukturen bzw. welche Gruppen sie sehen (vgl. Abb. 3, erste Darstellung): „Ich sehe hier vier und noch einen Punkt. Das sind zusammen fünf." Oder: „Ich sehe hier drei und zwei. Das sind zusammen fünf." Solche Übungen können zuerst mit kleineren Anzahlen in verschiedenen Anordnungen durchgeführt werden.

**Abb. 3:** Strukturierte Darstellung von kleinen Anzahlen

Die quasi-simulatane Anzahlerfassung ist durch die Fünfer- und Zehnerstrukturierung auch am Zwanzigerfeld möglich (vgl. Abb. 2). Sie ist für den Erwerb der Addition und Subtraktion und die Vorbereitung auf das Automatisieren des Einspluseins bzw. des Einsminuseins (Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 20) von großer Bedeutung. Hier ist wichtig, dass die Kinder zuerst ausreichend Gelegenheit erhalten, diese Struktur zu entdecken und zu verstehen. Es gibt Kinder, die sehen den Zehner als Reihe von zwei Fünfern, andere sehen zwei Fünfer untereinander. Es ist deshalb wichtig, dass beide Möglichkeiten thematisiert und zugelassen werden. Für Kinder mit feinmotorischen Schwierigkeiten empfiehlt sich ein Feld mit größeren Plättchen oder Rechenschiffchen.

Bei dieser Arbeit mit dem Zwanzigerfeld mit Kindern mit besonderem Förderbedarf ist wichtig, dass eine Balance zwischen dem Finden eigener Lernwege und der Vorgabe von Regeln gefunden wird, wenn die Kinder nicht von sich aus zu einem eigenen Weg kommen. Wenn Kinder z. B. abwechslungsweise rote und blaue Plättchen legen oder zwischen diesen Lücken lassen, kann die Regel vorgegeben werden, dass zuerst nur eine Farbe verwendet wird und dass keine Lücken gemacht werden dürfen. Es gibt auch Kinder, die beginnen ohne erkennbares Prinzip einmal in der oberen und einmal in der unteren Reihe, einmal links und einmal rechts mit dem Legen der Plättchen. Mit diesen Kindern kann nach sorgfältiger Beobachtung der Händigkeit und des dominanten Auges festgelegt werden, wo jeweils mit dem Legen der Plättchen begonnen wird.

Ziel der Arbeit mit dem Zwanzigerfeld ist, dass die Kinder nach und nach innere Vorstellungen der verschiedenen Anzahlen aufbauen und diese später zum Lösen von Rechenaufgaben nutzen können. Diese „inneren Bilder" entwickeln sich jedoch bei Kindern mit besonderem Förderbedarf oft nicht „einfach so", sondern dieser Prozess muss angeleitet und begleitet werden. Dies kann z.B. so geschehen, dass die Kinder mit Hilfe des Zwanzigerfeldes eine Anzahl bestimmen und beschreiben und dann aufgefordert werden, die Augen zu schließen und sich das Punktbild vorzustellen. Zur Kontrolle, ob das wirklich gelungen ist, kann die Anzahl anschließend auf das

Feld gelegt oder in ein leeres Feld eingezeichnet werden. Solche Übungen können später weitergeführt werden zum „Blitzrechnen“ mit Aufgaben zum raschen Erfassen von Anzahlen auf dem Zwanzigerfeld ohne Abzählen. Diese Kompetenz stellt eine wesentliche Voraussetzung dar, um Rechenaufgaben ohne Abzählen lösen zu können.

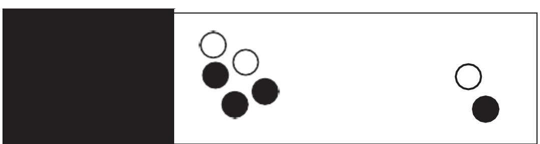
### 18.2.4 Zahlerhaltung

In Abschnitt 18.1.1 wurde erwähnt, dass eine pränumerische Förderung, in der kein Bezug zu Zahlen hergestellt wird, nicht zum Aufbau des Zahlbegriffs beiträgt. Zudem zeigen Forschungsergebnisse, dass die in diesem Zusammenhang häufig durchgeführten Aufgaben zur Invarianz nach Piaget mit dem Vergleich zweier Mengen in unterschiedlicher Anordnung nicht Voraussetzung für den Zahlbegriffserwerb sind. Als wichtig betrachtet wird jedoch die Erkenntnis der Invarianz der Anordnung in Bezug auf eine Menge, d. h. die Erkenntnis, dass sich eine Anzahl nicht verändert, wenn nichts weggenommen oder dazugefügt wird. Dies wird mit Vorteil mit kleinen Anzahlen erarbeitet, die ohne Abzählen quasi-simultan erfasst werden können.

Wichtig ist, dass die Kinder durch das sprachliche Begleiten dieser Handlungen immer wieder die Gleichheit der Anzahl betonen (vgl. Abb. 3). „Hier sind fünf Plättchen. Ich lege ein Plättchen an eine andere Stelle. Die Figur daneben sieht anders aus. Es sind aber immer noch fünf Plättchen. Ich habe keines weggenommen und keines dazu gelegt, ich habe nur ein Plättchen verschoben“ usw.

### 18.2.5 Zahlzerlegung durch Einsicht in die Beziehung Teil-Ganzes

Erstrechenunterricht wird oft so gestaltet, dass das Gewicht auf die Anzahlbestimmung, das Schreiben der Ziffern und die Zuordnung von Zahlen zu Anzahlen gelegt wird. Im Anschluss daran werden jeweils die Addition und Subtraktion erarbeitet. Dabei wird nicht berücksichtigt, dass Addition, Subtraktion (und das Ergänzen) auf dem Verständnis der Beziehung Teil-Ganzes aufbauen. Ein Ganzes lässt sich aus zwei oder mehreren Teilen unterschiedlicher Größen bzw. aus zwei oder mehr gleich großen Teilen zusammensetzen (Gerster & Schulz, 1998, S. 13). Diese Einsicht ist Voraussetzung, um später Fehler wie $4 – 6 = 2$ zu vermeiden. Wichtig ist, dass die Kinder zuerst einmal erkennen, dass die Zerlegungen unterschiedlich sein können, dass das aber am Gesamten nichts ändert. Dies wird mit Vorteil besonders intensiv mit den Zahlen 5 (in unstrukturierter Anordnung) sowie mit 10 und 20 (am Zwanzigerfeld) erarbeitet.



Teil-Ganzes

Wichtig ist auch hier die Beschreibung: „Es sind im Ganzen fünf Plättchen. Vier davon sind schwarz, eins ist weiß.“ Oder zur nächsten Zerlegung: „Es sind immer noch fünf Plättchen. Drei sind schwarz und zwei sind weiß“ usw. Diese Zerlegungen können parallel auch notiert werden, wenn schon bekannt in der Gleichungsschreibweise oder z. B. wie in Abb. 5 in einem Zahlenhaus (Häsel-Weide et al., 2017).

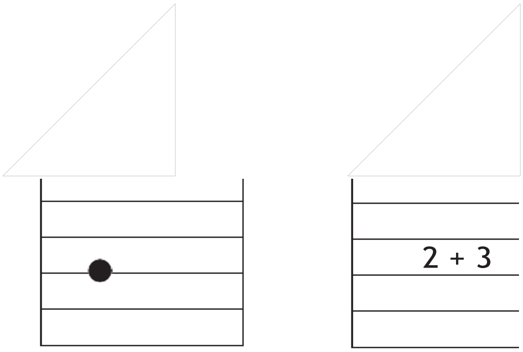



**Abb. 5:** Zahlenhäuser

Die Darstellung mit den Zahlenhäusern kann für Kinder mit besonderem Förderbedarf gegenüber der Gleichungsschreibweise ein Vorteil sein, weil nur die Zerlegung und nicht die vollständige Gleichung notiert wird. Besonders wichtige Aufgaben für die Zahlzerlegung sind die Zerlegungen von 10 (20) sowie die Zerlegungen in zwei gleiche Summanden (d. h. das Verdoppeln bzw. Halbieren) im Zahlenraum bis 20. Diese stellen die Basis für das Automatisieren der Kopfrechenaufgaben dar und sind deshalb intensiv zu erarbeiten und durch Blitzrechenübungen zu automatisieren.

### 18.2.6 Mathematisieren – Operationsverständnis aufbauen

Als weiterer Schritt auf dem Weg zur Addition und Subtraktion ist das Operationsverständnis zu erarbeiten. Dies kann mit dem Zeichnen und Erzählen von Rechengeschichten unterstützt werden. Es geht insbesondere darum, die hinter einer Operation stehende Handlung und deren Übersetzung in die Gleichungsschreibweise zu verstehen. Es muss diskutiert und hervorgehoben werden, welche Zahlen und Zeichen zu welchem „Teil“ der Geschichte oder der Zeichnung gehören. Falls Kinder Schwierigkeiten haben, selber Rechengeschichten zu finden, kann dies angeleitet werden, indem Handlungen gezeichnet und protokolliert werden (z. B. in sprachlicher Kurzform: fünf Becher mit Orangensaft füllen, zwei davon austrinken; oder in Tabellenform: gefüllte Becher/ausgetrunkene Becher/noch volle Becher).

Wenn Rechenaufgaben mit Mengendarstellungen abgebildet werden, ist besonders zu beachten, dass Teil-Ganze-Beziehungen korrekt dargestellt werden. In Schulbüchern und auch in Werken zur Behandlung von Rechenschwäche sind vor allem bei der Addition und Subtraktion immer wieder falsche Darstellungen zu finden, auf denen Gegenstände mit Operationszeichen oder Zahlen verknüpft werden, z. B. ◆◆◆ + ◆◆ = ◆◆◆◆◆ oder ◆◆◆◆ – ◆ = ◆◆◆. Solche Darstellungen sind problematisch, weil die enaktive, ikonische und symbolische Repräsentation vermischt wird. In Realität und auf Bildern braucht es keine Operationszeichen oder Zahlen, um Elemente zusammenzufügen oder wegzunehmen. Das Ergebnis muss nicht extra hinzugelegt oder gezeichnet werden, es ergibt sich aus der Handlung oder dem Bild. Erst die Übersetzung von Situationen wie „Wir sind drei, zwei kommen noch dazu, dann sind wir fünf" in die mathematische Schreibweise macht Operations- und Gleichheitszeichen sowie das Schreiben des Resultates notwendig: 3 + 2 = 5.

Bei der Subtraktion ist besonders darauf zu achten, wie das „Wegnehmen" dargestellt wird. Die wegzunehmenden Elemente dürfen keinesfalls extra gezeichnet werden, da sie ja in der Ausgangsmenge enthalten sind (Inklusion). Die Darstellung „Durchstreichen", die zur Veranschaulichung der Subtraktion häufig in Schulbüchern zu finden ist, kann problematisch sein, da diese als Halbieren verstanden werden kann (z. B. Selter & Spiegel, 1997, S. 153) und nicht ersichtlich wird, dass beim Subtrahieren etwas „weggenommen" wird. Dieser Schwierigkeit kann so begegnet werden, dass z. B. mit den Kindern diskutiert wird, wie „wegnehmen" symbolisch dargestellt werden kann: Mit Pfeilen, mit Darstellungen, die Veränderungen oder Abläufe zeigen (z. B. vorher – nachher usw.).

### 18.2.7 Addition und Subtraktion erarbeiten

Die vorgängig dargestellten Inhalte sind wichtige Elemente des mathematischen Erstunterrichts und Voraussetzung zum Erwerb der Addition und Subtraktion (und des Ergänzens). Zentral ist dabei, dass die Kinder grundlegende Vorstellungen und Einsichten in Rechenoperationen und Zahlen erwerben. Dies ermöglicht ihnen den Zugang zu nichtzählenden Rechenstrategien und hilft mathematische Lernschwierigkeiten vorzubeugen (Häsel-Weide et al., 2017). Gerade Kinder mit besonderem Förderbedarf verstehen die Addition und Subtraktion oft als ein Vorwärts- oder Rückwärtsgehen auf der Zahlenreihe und rechnen in der Folge zählend (Gaidoschik, 2009). Es ist deshalb erstens wichtig, dass im mathematischen Erstunterricht Grundvorstellungen der Operationen vermittelt werden. Kinder sollen verstehen, dass hinter einer Operation eine Handlung steht (z.B. von einer Gesamtmenge etwas wegnehmen oder etwas hinzufügen). Diese Handlungen können zunächst an konkreten Objekten oder mit Plättchen auf dem Zwanzigerfeld durchgeführt werden. In einem weiteren Schritt kann das Wegnehmen bzw. das Hinzufügen nur noch in der Vorstellung durchgespielt werden (z.B. was passiert, wenn ich von den 10 Plättchen 3 wegnehme)? Schließlich werden die Handlungen nur noch auf der symbolischen Ebene durchgeführt (Häsel-Weide et al., 2017). Zweitens ist die Einsicht in Zahl- und Operationsbeziehungen wichtig. Kinder sollen Zahlen nicht nur ordinal oder kardinal verstehen, sondern auch Beziehungen zwischen Zahlen und Operpationen erkennen. So könnnen ausgehend von Kernaufgaben wie Verdoppelungsaufgaben oder Zerlegungen der Zahl 10 oder 20, die durch das Erarbeiten der Zahlzerlegung schon bekannt sind, nach und nach weitere Plusaufgaben abgeleitet werden. Beispielsweise kann die Aufgabe 6 + 7 durch Verdoppeln plus 1 (6 + 6 +1) oder die Aufgabe 3 + 6 durch die bekannte Zerlegungsaufgabe 3 + 7 = 10 minus 1 (3 + 6 = 10 - 1) gelöst werden. Nach und nach können so weitere Aufgaben erarbeitet, geübt und später automatisiert werden (vgl. Scherer & Moser Opitz, 2010).

Das gelingt nicht allen Kindern im selben Maß. Je nach kognitiven Voraussetzungen müssen hier individuelle Lernziele festgelegt werden und es können mehr oder weniger Aufgaben erarbeitet werden. Wichtig ist, dass bei der Erarbeitung des Einspluseins immer wieder auf das Zwanzigerfeld Bezug genommen wird und die strukturierten Darstellungen zum Lösen und Automatisieren der Aufgaben genutzt werden.

## 18.3 Was tun, wenn …

In Anschluss an die vorangegangenen Ausführungen stellt sich die Frage: Und wenn es nicht klappt mit den vorgeschlagenen Hinweisen? Was tun, wenn Kinder mit dem Zwanzigerfeld nicht zurechtkommen, wenn der Aufbau der Zahlvorstellung und das Mathematisieren nicht gelingt, wenn die Zählkompetenzen nicht erworben werden können? Welche „Methode“ soll man dann wählen?

Hier gilt es einmal zu beachten, dass der Erwerb der beschriebenen Kompetenzen Zeit braucht und nicht von heute auf morgen gelingen kann. Es kann ohne weiteres vorkommen, dass im ersten Schuljahr die Auseinandersetzung mit den beschriebenen grundlegenden Kompetenzen Anzahlerfassung, Zahlzerlegung, Erarbeitung des Zwanzigerfeldes im Zentrum steht und Addition und Subtraktion erst danach erarbeitet werden. Es gilt jedoch auch zu bedenken, dass mathematisches Lernen „geistiges Tätigsein“ voraussetzt und beinhaltet. Nicht allen Kindern mit besonderem Förderbedarf ist dies in gleicher Art und Weise möglich. Mathematiklernen ist eine anspruchvolle Tätigkeit, die auch Abstraktionsfähigkeit erfordert. Es kommt deshalb immer wieder vor, dass einige Kinder auch bei bester Förderung Schwierigkeiten haben mit dem Erwerb der Zahlwortreihe, dass sie Anzahlen trotz vieler Übungen nur bis drei oder vier erfassen können und dass sie sich die Namen der Zahlen nicht merken können. In solchen Situationen muss dann überlegt werden, ob nicht ein Weg eingeschlagen werden könnte, auf dem in erster Linie die Kenntnis einzelner Ziffern bzw. Zahlen, der Erwerb einzelner Zählkompetenzen und anschauliche Mengevergleiche usw. erarbeitet werden und auf dem das Erlernen der Grundoperationen zurückgestellt oder sogar darauf verzichtet wird. Solche Entscheidungen müssen jedoch immer im Einzelfall getroffen werden.

**Literatur zum Lesen und Lernen**

Eine gute Zusammenfassung zur Entwicklung des mathematischer Kompetenzen findet sich bei Schneider et al. (2016). Ein zentrales Thema, das hier nicht besprochen wurde, ist die Ablösung vom zählenden Rechnen. Hinweise dazu finden sich in Häsel-Weide et al. (2017). In Moser Opitz (2010) finden sich Hinweise zur Diagnose von mathematischen Lernvoraussetzungen bei Schulbeginn. Ideen und Anregungen zum produktiven Üben mit Schülerinnen und Schülern mit Förderbedarf sind bei Scherer (2016) in „Produktives Lernen für Kinder mit Lernschwächen“ nachzulesen. Für die konkrete Unterrichtsplanung sind der Förderkommentar zum deutschen Zahlenbuch 1 (Häsel-Weide & Nührenbörger, 2017) und der Heilpädagogische Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch (Schmassmann & Moser Opitz, 2007) hilfreich.

## Literatur


Benoit, L., Lehalle, H. & Jouen, F. (2004). Do children acquire number words through subitizing or counting? *Cognitive Development, 19*(3), 291–307.

Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 38*(4), 333–339.

De Vries, C. (2018). *Mathematik im Förderschwerpunkt Geistige Entwicklung: Grundlagen und Übungsvorschläge für Diagnostik und Förderung im Rahmen eines erweiterten Mathematikverständnisses* (4., verb. und erw. Aufl.). Dortmund: Modernes Lernen.

Desoete, A., Ceulemans, A., Roeyers, H. & Huylebroeck, A. (2009). Subitizing or counting as possible screening variables for learning disabilities in mathematics education or learning? *Educational Research Review, 4*(1), 55–66.

Desoete, A., Ceulemans, A., De Weerdt, F. & Pieters, S. (2012). Can we predict mathematical learning disabilities from symbolic and non-symbolic comparison tasks in kindergarten? Findings from a longitudinal study. *British Journal of Educational Psychology, 82*(1), 64–81.

Freudenthal, H. (1977). *Mathematik als pädagogische Aufgabe* (2. Aufl.). Stuttgart: Klett.

Fritz, A., Ehlert, A., & Leutner, D. (2018). Arithmetische Konzepte aus kognitiv-entwicklungspsychologischer Sicht. *Journal für Mathematik-Didaktik, 39*(1), 4-41.

Fuson, K. (1988). *The children's counting and concepts of number.* New York: Springer.

Gaidoschik; M. (2009). Nicht zählende Rechenstrategien – von Anfang an! Durch mathematisches Denken zum kleinen Einspluseins. *Grundschulunterricht Mathematik, 56*(1), 4–6.

Gallit, F., Wyschkon, A., Poltz, N., Moraske, S., Kucian, K., von Aster, M. & Esser, G. (2018). Henne oder Ei: Reziprozität mathematischer Vorläufer und Vorhersage des Rechnens. *Lernen und Lernstörungen, 7*(2), 81–92.

Garrote, A., Moser Opitz, E. & Ratz, C. (2015). Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung: Eine Querschnittstudie. *Empirische Sonderpädagogik, 7*(1), 24–40.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L. & Bailey, D. H. (2013). Adolescents' functional numeracy is predicted by their school entry number system knowledge. *PLOS ONE, 8*(1), e54651.

Gelman, G. & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Gerster, H. D. & Schulz, R. (1998). *Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen.* Freiburg, Br.: Pädagogische Hochschule.

Hannula-Sormunen, M. M., Lehtinen, E. & Räsänen, P. (2015). Preschool children's spontaneous focusing on numerosity, subitizing, and counting skills as predictors of their mathematical performance seven years later at school. *Mathematical Thinking and Learning, 17*(2-3), 155–177.

Häsel-Weide, U., & Nührenbörger, M. (2017). *Förderkommentar Lernen zum 1. Schuljahr*. Stuttgart: Klett.

Häsel-Weide, U., Nührenbörger, M., Moser Opitz, E., & Wittich, C. (2017). *Ablösung vom zählenden Rechnen: Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen* (4. Aufl.). Seelze: Klett Kallmeyer.

Jansen, R., de Boeck, P., Viane, M. & Vallaeys, L. (1999). Simple mental addition in children with an whithout mild mental retardation. *Journal of Experimental Child Psychology, 74*(3), 261–281.

Kistler, A., & Schneider, S. (2015). *Rechnen ohne Stolperstein/Band 1A – Pränumerischer Bereich, Zahlenraum 0 bis 3 – Neubearbeitung: Arbeitsheft/ Fördermaterial*. Berlin: Oldenbourg.

Kolkman, M. E., Kroesbergen, E. H., & Leseman, P. P.M. (2013). Early numerical development and the role of non-symbolic and symbolic skills. *Learning and Instruction, 25*, 95–103.

Krajewski, K., & Ennemoser, M. (2013). Entwicklung und Diagnostik der Zahl-Größen-Verknüpfung zwischen 3 und 8 Jahren. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider, & U. Trautwein (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen* (Tests und Trends. Neue Folge, Bd.11, S. 41–65). Göttingen: Hogrefe.

Lyons, I. M., Price, G. R., Vaessen, A., Blomert, L., & Ansari, D. (2014). Numerical predictors of arithmetic success in grades 1-6. *Developmental Science, 17*(5), 714–726.

Moser Opitz, E. (2008). *Zählen – Zahlbegriff – Rechnen. Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht an Sonderklassen* (3. überarb. Aufl.). Bern: Haupt.

Moser Opitz, E. (2010). Mathematik – (k)ein Inhalt für 4- bis 6-jährige Kinder. In M. Leuchter (Hrsg.), *Didaktik für die ersten Bildungsjahre. Unterricht mit 4- bis 8-jährigen Kindern* (S. 147–162). Seelze: Kallmeyer.

Radatz, H. & Schipper, W. (1983). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Hannover: Beltz.

Scherer, P. (1995). *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht der Schule für Lernbehinderte. Theoretische Grundlagen und evaluierte unterrichtspraktische Erprobung*. Heidelberg: Schindele.

Scherer, P. (2017). Produktives Mathematiklernen für alle – auch im inklusiven Mathematikunterricht?! In A. Fritz-Stratmann, S. Schmidt & G. Ricken (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (3. Aufl.) (S. 478–491). Weinheim: Beltz.

Scherer, P. (2016). *Produktives Lernen für Kinder mit Lernschwächen: Fördern durch Fordern. Band 1: Zwanzigerraum* (9. Aufl.). Buxtehude: Persen.

Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe.* Heidelberg: Spektrum.

Schmassmann, M. & Moser Opitz, E. (2007). *Heilpädagogischer Kommentar zum Zahlenbuch 1.* Zug: Klett & Balmer.

Schneider, W., Küspert, P. & Krajewski, K. (2016). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen* (2. Aufl.). Paderborn: Ferdinand Schöningh.

Selter, C. & Spiegel, H. (1997). *Wie Kinder rechnen*. Leipzig: Klett.

Simon, T. J., Peterson, S., Patel, G. & Sathian, K. (1998). Do the magnocellular and parvocellular visual pathway contribute differentially to subitzing and counting? *Perception and Psychophysics, 60*(3), 451–464.

Smedt, B. de, Noël, M.-P., Gilmore, C. & Ansari, D. (2013). How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education*, *2*(2), 48–55.

Toll, S. W., Kroesbergen, E. H. & Van Luit, J. E. (2016). Visual working memory and number sense: Testing the double deficit hypothesis in mathematics. *The British Journal of Educational Psychology, 86*(3), 429–445.

Towse, J. N. & Hitch, G. J. (1996). Performance demands in the selection of objects for counting. *Journal of Experimental Child Psycholgoy, 61*(1), 67–79.

Walter, J., Suhr, K. & Werner, B. (2001). Experimentell beobachtete Effekte zweier Formen von Mathematikunterricht in der Förderschule. *Zeitschrift für Heilpädagogik, 52*(4), 143–151.

Wittich, C. (2017). *Mathematische Förderung durch kooperativ-strukturiertes Lernen: Eine Interventionsstudie zur Ablösung vom zählenden Rechnen an Grund- und Förderschulen.* In (Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts: Bd. 28). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Wynn, K. (1997). Competence models of numerical development. *Cognitive Development, 12*(3), 333–

339.