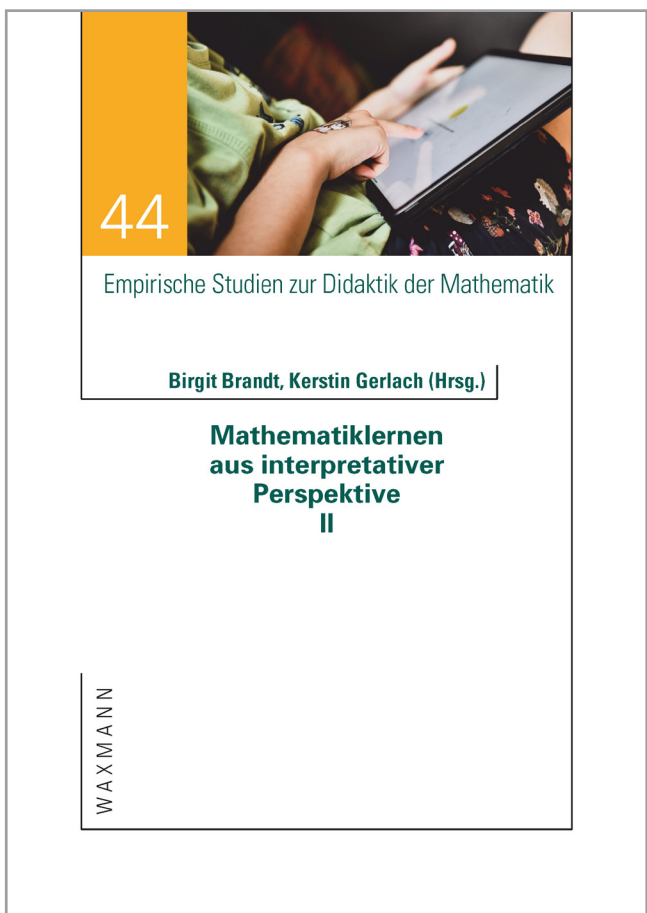


Barbara Ott

Die Einbindung von Arbeitsmitteln im Support-Job *Entwicklungsfortschritt* bei der Ablösung vom zählenden Rechnen

Eine Analyse der Interaktion aus soziologischer
und semiotischer Perspektive



Birgit Brandt,
Kerstin Gerlach
(Hrsg.)

Mathematiklernen aus interpretativer Perspektive II

*Empirische Studien zur
Didaktik der Mathematik, Band 44,
2023, 274 Seiten, br., 34,90 €,
ISBN 978-3-8309-4710-3*

*E-Book: 30,99 €,
ISBN 978-3-8309-9710-8*



WAXMANN

Steinfurter Str. 555
48159 Münster

Fon 02 51 – 2 65 04-0
Fax 02 51 – 2 65 04-26

info@waxmann.com
www.waxmann.com

Weitere Informationen
zum Buch [hier](#).

Die Einbindung von Arbeitsmitteln im Support-Job *Entwicklungsfortschritt* bei der Ablösung vom zählenden Rechnen

Eine Analyse der Interaktion aus soziologischer und semiotischer Perspektive

Barbara Ott

Manche Kinder benötigen für die Ablösung vom zählenden Rechnen gezielte Unterstützung. Im Beitrag wird Unterstützung als Support verstanden und es wird untersucht, wie Arbeitsmittel in den Support-Job Entwicklungsfortschritt eingebunden sind. Dazu werden eine soziologische und eine semiotische Perspektive eingenommen. An zwei empirischen Beispielen wird exemplarisch gezeigt, wie der Support-Job Entwicklungsfortschritt hinsichtlich des Einbezugs von Arbeitsmitteln als Akteure in der Interaktion und hinsichtlich des Gebrauchs als Diagramme ausdifferenziert werden kann.

1 Einleitung

Ein wichtiges Ziel des mathematischen Anfangsunterrichts ist die Ablösung vom zählenden Rechnen. Gleichzeitig ist die Ablösung vom zählenden Rechnen für einige Kinder eine Hürde im Lernprozess (Häsel-Weide, 2016; Schulz, 2014). Manche Kinder können diese Hürde nicht im Regelunterricht überwinden und benötigen eine gezielte, individuelle Förderung. Damit die Lernenden nicht zählende Rechenstrategien entwickeln können, wird der Einsatz von Arbeitsmitteln als wesentlich angesehen (a.a.O.). Arbeitsmittel können „als speziell für mathematische Lernprozesse konzipierte Materialien“ (Vogel & Huth, 2020, S. 221) verstanden werden. Als solche werden sie in vielen Publikationen als Hilfen für das Lernen von Mathematik betrachtet (z. B. Krauthausen, 2018; Wartha & Schulz, 2014). Aus einer semiotischen Perspektive sind Arbeitsmittel neben anderen Inskriptionen als mathematische Diagramme nicht nur Hilfe, sondern an sich die Gegenstände des mathematischen Lernens (Dörfler, 2006a). Damit rücken Aktivitäten an und mit den Arbeitsmitteln ins Zentrum der Betrachtung (Huth & Schreiber, 2017; Vogel & Huth, 2020). Während es Untersuchungen dazu gibt, wie Kinder Arbeitsmittel in verschiedenen Situationen deuten (z. B. Häsel-Weide, 2016; Steenpaß, 2014), ist wenig untersucht, wie Arbeitsmittel in einer individuellen Förderung in die Interaktion eingebunden sind und wie sie in dieser Interaktion zu Diagrammen werden. Im vorliegenden Beitrag wird das exemplarisch

an zwei Beispielen aus der Einzelförderung zwischen Studierenden und Lernenden untersucht.

2 Interaktionistische Perspektive auf mathematisches Lernen und Support

Mathematisches Lernen ist im Unterricht stets in die schulische Sozialisation eingebunden. Das Soziale ist dabei jedoch nicht Beiwerk, sondern in einer interaktionistischen Perspektive konstituierendes Element für die kognitive Entwicklung (Krummheuer, 1992, S. 49 f.; Krummheuer & Brandt, 2001). „Der individuelle Prozeß des Lernens konstituiert sich [...] im sozialen Prozeß der Bedeutungsaushandlung“ (Krummheuer, 1992, S. 43). In der Interaktion agieren die Beteiligten aufeinander bezogen und in wechselseitiger Abhängigkeit von den jeweiligen Äußerungen oder Handlungen. „Die soziale Interaktion birgt in sich das Potential zur Genese von Bedeutungen, die für die Beteiligten neu sind“ und stellt somit das „Anregungspotential“ für individuelle kognitive Umstrukturierungsprozesse“ und damit für das Lernen dar (a.a.O., S. 43; Herv. i. O.). Somit werden in der sozialen Interaktion Möglichkeiten für Lernprozesse geschaffen (Krummheuer, 1992). Dies gilt nicht nur für den Unterricht im Klassenverband, sondern für jegliches mathematisches Lernen und damit auch das Lernen in einer Einzelförderung. Diesem interaktionistischen Lernbegriff folgend, bezeichnet Tiedemann (2012) eine Fördersituation zwischen einem Kind und einer:m Erwachsenen als Support und definiert diesen als einen spezifischen Interaktionsprozess, der „durch wechselseitig aufeinander bezogenes Deuten und Handeln sukzessive hergestellt wird“ (a.a.O., S. 49 f.). In Anlehnung an Bruner spricht sie weiter von mathematischen Support-Systemen:

Als Unterstützung können interaktional etablierte Support-Systeme verstanden werden, in denen sich ein Kind und ein kompetenter Erwachsener wechselseitig anpassen: Das Kind erwirbt durch den Erwachsenen eingebrachte, kulturell vorgegebene Interaktions- und Handlungsmuster und wird in deren Ausführung zunehmend autonomer, während der Erwachsene seine Unterstützung der Entwicklung des Kindes anpasst und sich mit seinen Anforderungen innerhalb der Zone der nächsten Entwicklung bewegt. (a.a.O., S. 43)

Tiedemann bezieht sich hierbei auf Sfard (2008), welche mathematisches Lernen als die zunehmende Teilnahme an einem mathematischen Diskurs versteht, der u. a. durch spezielle Begriffe oder Routinen gekennzeichnet ist. Die Lernenden begegnen somit nicht der Mathematik an sich, sondern vielmehr einer kulturellen Praxis, die von den Mitgliedern dieser Kultur als mathematisch verstanden wird. Die Interaktion mit den Expert:innen ist darum für das mathematische Lernen unerlässlich (Tiedemann, 2012). Tiedemann (2021) arbeitet in einem späteren Beitrag heraus, dass aus einer solchen interaktionistischen Perspektive auch für den Umgang mit Arbeitsmitteln „ein Kind für den Erwerb konventioneller Deutungen eines kompetenten Gegen-

übers bedarf, das ihm im gemeinsamen Gespräch Zugang zu den Deutungskonventionen gewährt und ihm darüber hinaus in einem womöglich längeren Prozess hilft, seine Deutungen Schritt für Schritt jenen Konventionen anzunähern“ (a.a.O., S. 30). Trotz der hinsichtlich ihrer Kompetenz bestehenden Unterschiede zwischen den Gesprächspartner:innen kann in einem Support-System von einer interaktionalen Gleichberechtigung ausgegangen werden (Tiedemann, 2012, S. 43).

Die für Support-Systeme angenommene kulturelle mathematische Praxis sieht Sfard (2015) geprägt durch bestimmte Begriffe, Theorien, Routinen und Materialien als „visual mediators“ (Sfard, 2015, S. 132). Materialien, d.h. Arbeitsmittel, sind in diesem Verständnis Hilfsmittel, um Zugang zur Mathematik zu erlangen und mathematische Erkenntnis zu erwerben. Eine andere Sicht auf Arbeitsmittel vertritt Dörfler (2006a, 2006b). Er arbeitet heraus, dass Diagramme, verstanden im Sinn von Charles Sanders Peirce (siehe 3.2), keine Hilfsmittel, sondern die Gegenstände des Mathematiktreibens und -lernens sind.

Vor diesem Hintergrund ist produktives Lernen von Mathematik die progressive Teilnahme an einer Praxis des Umgangs mit (mathematischen) Diagrammen aller Art, die dadurch ins Zentrum des Mathematikunterrichts rücken, zum wesentlichsten Thema und Gegenstand aller Lernaktivitäten werden. Die Diagramme (auch Formeln) sind dann nicht mehr bloß Darstellungen und methodisches Mittel, sondern ihre Konstruktion, Analyse, Verwendung, Veränderung und Interpretation machen sie zu autonomen Gegenständen und Mitteln des Denkens und damit auch zu den bestimmenden Gegenständen des Mathematikunterrichts. (Dörfler, 2006b, S. 72)

Dörfler spricht weiter von einer „sozialen Praxis“ des Mathematikunterrichts, in die die diagrammatische Tätigkeit „eingebettet“ ist und in der „über und mit Diagrammen kommuniziert“ wird (Dörfler, 2006a, S. 215). Diesem Ansatz folgend zeichnet sich das Mathematiklernen durch diagrammatische Tätigkeit und die Kommunikation darüber in einer sozialen Praxis aus (Ott & Wille, 2022). Auch wenn beide Ansätze Arbeitsmitteln eine jeweils andere Rolle für die Mathematik und das mathematische Lernen zuschreiben, so heben beide die Bedeutung von Arbeitsmitteln für die Mathematik und das mathematische Lernen hervor. Entsprechend sind Arbeitsmittel auch im mathematischen Support wesentlich.

In ihrer Untersuchung zu mathematischem Support beim frühen mathematischen Lernen in der Familie nehmen bei Tiedemann (2012) allgemein Materialien wie Bilderbücher und Regelspiele eine wichtige Rolle ein. Sie identifiziert die Support-Jobs *Mitmachen*, *Entwicklungsfortschritt* und *Erkundung* (Tiedemann, 2012, S. 106 ff.), die u. a. durch die unterschiedliche Verwendung von Materialien gekennzeichnet sind. Allgemein können unter Support-Jobs übergeordnete Aufgaben verstanden werden, die durch den gemeinsam in der Interaktion realisierten Support bearbeitet werden (a.a.O., S. 108). Während beim Support-Job *Mitmachen* die erwachsene Person den Erfolg der Interaktion sichert und beide Teilnehmenden gleichberechtigt mit dem Material umgehen, um diesem möglichst gerecht zu werden (a.a.O., S. 137), deutet das Kind beim Support-Job *Erkundung* „das Material als Ausgangspunkt für eigene Er-

kundungen“. Mathematische Aspekte werden vom Kind thematisiert, solange sie zur eigenen Erkundung passen. Die erwachsene Person passt sich an (a.a.O., S. 189). Auch beim Support-Job *Entwicklungsfortschritt* ist der Umgang mit dem Material nicht interaktional gleichberechtigt. Jedoch passt sich das Kind an und am Material wird „vor allem die Situationsidee der Mutter [allg. der:s Erwachsenen] interaktional entfaltet“ (a.a.O., S. 167). Ein Beispiel aus der Forschung Tiedemanns ist die Aufforderung an das Kind, in einem Regelspiel Anzahlen von Fellflecken der Tiere auf den Spielkarten zu bestimmen, was eine zur Spielsituation passende mathematische Tätigkeit darstellt, aber für den Spielverlauf nicht erforderlich wäre (a.a.O., S. 145). Die erwachsene Person nutzt das Material, um die mathematische Entwicklung des Kindes zu fördern.

Die Art und Weise der Materialnutzung hat somit Auswirkung auf die Funktion des Supports. In der diesem Beitrag zugrunde liegenden Untersuchung von Einzelförderungen zur Ablösung vom zählenden Rechnen kann hauptsächlich der Support-Job *Entwicklungsfortschritt* rekonstruiert werden. Unklar ist bisher, wie dieser Support-Job hinsichtlich der Nutzung von Arbeitsmitteln realisiert wird.

3 Arbeitsmittel im mathematischen Lernprozess

Im Mathematikunterricht eingesetzte Arbeitsmittel werden in der Literatur aus unterschiedlichen Perspektiven betrachtet. Das spiegelt sich auch in verschiedenen Begriffen wider (Krauthausen, 2018, S. 310). In Anlehnung an Krauthausen (ebd.) wird im vorliegenden Beitrag der neutrale Begriff Arbeitsmittel verwendet. Diese werden im Folgenden aus soziologischer Perspektive als Akteure in der Interaktion und aus semiotischer Perspektive als Diagramme, mit denen gehandelt wird, betrachtet.

3.1 Soziologische Perspektive: Arbeitsmittel als Akteure in der Interaktion

In ihren Arbeiten zur „Soziologie der Objekte“ (Fetzer, 2015, S. 310) im Mathematikunterricht setzt sich Fetzer theoretisch und methodologisch mit der Rolle von Objekten, d. h. Arbeitsmitteln und weiteren Materialien, in der mathematischen Unterrichtsinteraktion auseinander. In Bezug auf Latours Actor-Network-Theory (Latour, 2005) geht sie für den Mathematikunterricht davon aus, dass neben menschlichen Akteuren auch Objekte als Akteure am Interaktionsgeschehen teilnehmen, sich mit anderen Akteuren temporär vernetzen können und am Lernprozess der Lernenden teilhaben (Fetzer, 2015, 2019; Fetzer & Tiedemann, 2018).

Latours Ansatz folgend wird Mathematikunterricht nicht nur als soziale Interaktionssituation *menschlicher* Akteure interpretiert, sondern als ein *Netzwerk zwischen Menschen und Dingen* verstanden [...] Sie [die Objekte] machen inhaltliche Angebote, die im Prozess der wechselseitigen Beeinflussung unterschiedlich gedeutet und interpretiert werden können. Auf diese Weise beeinflussen Objekte den mathematischen Lernprozess. (Fetzer, 2019, S. 233, Herv. i. O.)

Fetzer geht der Frage nach, welchen Partizipationsstatus Objekte in der mathematischen Unterrichtsinteraktion einnehmen können und wie diese handeln. In Anlehnung an Goffman unterscheidet Fetzer (2015) hinsichtlich des Partizipationsstatus zwischen sog. ratifizierten Teilnehmenden an einer bestimmten Situation und solchen Hörenden, die nicht offiziell zugelassen sind, sog. *Bystander*. Objekte können als *Bystander* oder *Teilnehmer* in den Interaktionsprozess eingebunden sein. Zum *Bystander* einer Äußerung wird ein Objekt, wenn es von den „offiziell Beteiligten einer Gesprächssituation als nicht ratifizierter Beteiligter wahrgenommen wird“, sich „aber in der Erreichbarkeit selbiger Äußerung befindet“ (Fetzer, 2015, S. 313). In ihren Analysen arbeitet Fetzer heraus, dass die Zuschreibung eines Partizipationsstatus' von Objekten in der Interaktion nicht feststehend ist, sondern der Status vielmehr wechselt. Die weiteren an der Interaktion beteiligten Personen lösen den Rollenwechsel aus. Drei Bedingungen identifiziert Fetzer als ausschlaggebend für derartige Statuswechsel (Fetzer, 2015, S. 333):

- Der Interaktionsprozess gerät ins Stocken. Das Einbinden eines Objekts als *Teilnehmer*, das bisher *Bystander* war, trägt in diesen Fällen oft zum Fortgang der Interaktion bei. Diese Bedingung identifiziert Fetzer insbesondere für Interaktionen zwischen Lernenden, bei denen die Lehrperson wenig interveniert.
- Die Lehrperson möchte die Lernenden auf die Möglichkeiten, die das Objekt ihnen für den Fortgang der Interaktion bietet, aufmerksam machen.
- Die Aufgabenstellung, die selbst als Akteur in der Interaktion betrachtet werden kann, erfordert zu Beginn einer mathematischen Aktivität explizit das Einbeziehen eines oder mehrerer Objekte.

Um das Handeln der Objekte betrachten zu können, orientiert sich Fetzer an konversationsanalytischen Überlegungen zur Turn-Organisation in der Interaktion (Fetzer, 2007). Während Objekte in ihrer Rolle als *Bystander* „unspezifische Angebote zur Turn-Übernahme“ (Fetzer, 2015, S. 334; ohne Herv.) liefern, übernehmen sie als *Teilnehmer* Turns, wodurch sie gleichzeitig wiederum ein „Angebot zur Turn-Übernahme“ (ebd.; ohne Herv.) an die anderen Teilnehmenden machen. Der Aufforderungscharakter an die übrigen Teilnehmenden kann in seiner Ausprägung variieren und „vom Angebot bis zur Herausforderung zur Übernahme des nächsten Turns reichen“ (ebd.; ohne Herv.). Gleichzeitig betont Fetzer, dass Objekte in ihrer Rolle als *Teilnehmer* in der Interaktion auch Anteile einer Argumentation übernehmen (a.a.O.).

Gemeinsam mit Tiedemann erweitert Fetzer ihre Theorie um das Zusammenspiel zwischen Objekten und der Sprache in der mathematischen Unterrichtsinteraktion (Fetzer & Tiedemann, 2017, 2018). Sie halten fest, dass die Lernenden zu und mit Objekten in der Interaktion sprechen können:

In most interactional situations, it is not only the child who is responsible for a linguistic utterance. Words are not the only means to negotiate mathematical meaning. Instead, students and objects often associate and convey a mathematical idea together. (Fetzer & Tiedemann, 2017, S. 1289)

Hinsichtlich des Zusammenspiels von Sprache und Objekten unterscheiden Fetzer und Tiedemann (2018; s. a. Fetzer, 2019) zwischen der Struktur der *Vernetzung* und der *Ping-Pong-Struktur* (Fetzer, 2019, S. 234): Bei der *Vernetzung* führen Mensch und Objekt die Aktionen gemeinsam aus. Hier können die Objekte als Akteure die Kinder sprachlich entlasten, da so mathematische Ideen ausgedrückt werden können, wenn das sprachlich nicht oder noch nicht möglich ist. Als Beispiel nennen die Autorinnen das Zeigen der Deckungsgleichheit bei der Frage nach der Symmetrie einer gebastelten Form durch Falten (Fetzer & Tiedemann, 2018). Auch wenn die Sprache (noch) fehlt, werden die mathematischen Ideen in der Vernetzung von Objekt und Sprache in den Unterricht eingebracht und können in der Interaktion verhandelt werden. Die Autorinnen heben hervor, dass die inhaltlichen Angebote, die in dieser *Vernetzungsstruktur* von Lernenden angenommen werden, spezifisch bleiben. Wenn die Lernenden jedoch unterschiedliche Situationen vergleichen und Gemeinsamkeiten suchen, müssen sie ihre Sprache verfeinern. Bei der *Ping-Pong-Struktur* hingegen wechseln sich Objekt und Kind rasch in der Interaktion ab. Fetzer (2019) illustriert das am Beispiel eines Kindes, das Klötzchen in einer gewissen Anzahl legt, betrachtet, verschiebt, betrachtet usw. und zum Schluss kommt, dass die Anzahl immer gleichbleibt, egal wie die Klötzchen liegen. Fetzer und Tiedemann (2018) berichten aus ihren Unterrichtsrekonstruktionen, dass die Lernenden in der *Ping-Pong-Struktur* verschiedene Aspekte sprachlich explizit machen müssen und eher an die Schriftsprache angelehnt und in komplexerer Struktur sprechen. Die Autorinnen schlussfolgern hinsichtlich der Objekte in der *Ping-Pong-Struktur*: „They can serve as ‘supporters’ in the development of mathematical thinking and in the development of more precise use of mathematical language“ (Fetzer & Tiedemann, 2018, S. 101; Herv. i. O.).

3.2 Semiotische Perspektive: Arbeitsmittel als Diagramme, mit denen gehandelt wird

Der Begriff des Diagramms ist nicht einheitlich definiert. Im Folgenden werden Diagramme im Sinn des amerikanischen Philosophen Charles Sanders Peirce verstanden und als Objekte der mathematischen Tätigkeit angesehen (Dörfler, 2006a). Als solche sind sie Zeichen mit einem relationalen Charakter, deren wahrnehmbare Basis eine Inskription (Latour & Woolgar, 1986) ist:

Ein Diagramm im Sinne von Peirce kann dann beschrieben werden als eine Inskription mit einer wohldefinierten Struktur, meist festgelegt durch Beziehungen zwischen Teilen oder Elementen, zusammen mit Regeln für Umformungen, Transformationen, Kompositionen, Kombinationen, Zerlegungen etc. (Dörfler, 2013, S. 75 f.)

Der Peirce'sche Diagrammbegriff umfasst jegliche Form von Inskriptionen, die in „ein (konventionelles) Regelsystem von Herstellung, Gebrauch und Transformation eingebunden sind“ (Dörfler, 2006a, S. 202), also beispielweise sowohl geometrische Figuren und Graphen als auch Terme und Formeln. Das Regelsystem bestimmt, wie die Diagramme erstellt werden und wie mit ihnen gearbeitet und experimentiert wer-

den kann. Es ist jedoch kein Diagramm per se ein Diagramm, sondern muss immer erst als solches interpretiert werden. Dafür muss ein entsprechendes Regelsystem bekannt sein:

Denn sowohl für den Konstrukteur eines Diagramms wie auch für seinen Interpreten ist ein Diagramm nur dann ein Diagramm, wenn er oder sie über die entsprechenden *Konventionen* verfügt, die es erlauben, ein Diagramm als ein solches [...] zu sehen. (Hoffmann, 2005, S. 128; Herv. i. O.)

Für mathematische Lernprozesse entwickelte Arbeitsmittel können als Diagramme im Peirce'schen Sinn betrachtet werden (Vogel, 2017). Das trifft auch auf das Zwanzigerfeld mit Wendepfättchen zu, das in einer der in diesem Beitrag analysierten Szenen verwendet wird. Als ein „speziell für mathematische Lernprozesse konzipierte[s]“ Arbeitsmittel unterliegt es „einem vorgedachten Regelsystem“ (Vogel & Huth, 2020, S. 221), in dessen Rahmen diagrammatische Tätigkeiten möglich sind. So werden am Zwanzigerfeld üblicherweise die Pfättchen von links nach rechts, beginnend links oben gelegt. Anzahlen können am Zwanzigerfeld unterschiedlich mit Pfättchen gelegt werden, so wird beispielweise zwischen einer Anordnung als Reihe oder als Block unterschieden (siehe Abb. 1) (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 98). Additionen und Subtraktionen können durch das Hinzufügen oder Wegnehmen von Anzahlen dynamisch erzeugt oder in eine statisch liegende Pfättchenanzahl durch die Aufteilung in Teilanzahlen interpretiert werden. Die Aufteilung des Feldes in zwei Zehner-Reihen mit Untergliederung nach fünf Feldern ermöglicht eine strukturnutzende Anzahlbestimmung (Sprenger, 2021). Bei aller Regelmäßigkeit ermöglicht das Zwanzigerfeld hinsichtlich der verwendeten Strategien zur Anzahlbestimmung oder zum Rechnen viel Flexibilität (Scherer & Moser Opitz, 2010) und damit verschiedene Möglichkeiten für diagrammatische Tätigkeiten. Mit unstrukturierten Materialien (Schipper, 2009) wie beispielweise Wendepfättchen ohne das strukturgebende Zwanzigerfeld, die in einer der in diesem Beitrag analysierten Szene verwendet werden, können Diagramme mit einem eigenen Regelwerk entworfen werden (Vogel & Huth, 2020).

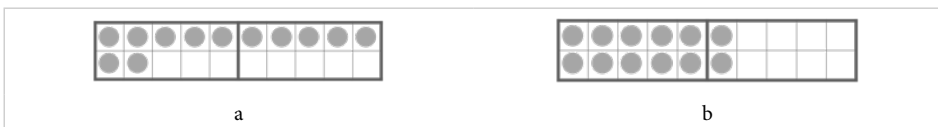


Abb. 1: Zwölf Wendepfättchen am Zwanzigerfeld in einer Reihe (a) und in einem Block (b) gelegt

Die Interpretation von Diagrammen sieht Dörfler (2006a) im Unterricht eingebettet in eine soziale, diagrammatische Praxis, in der die Bedeutung der Diagramme entsteht. Wesentlich für diese diagrammatische Praxis sind diagrammatische Tätigkeiten. Als solche nennt Dörfler (a.a.O.) die Manipulation von Diagrammen, beispielweise durch Umformungen, sowie das Experimentieren mit Diagrammen und das Erforschen ihrer Eigenschaften: „Dies besteht darin, gewisse Transformationen oder Kombinationen von Diagrammen vorzunehmen, die Ergebnisse zu beobachten und nach

Regularitäten und Gesetzmäßigkeiten (und deren „Ursachen“) zu suchen“ (Dörfler, 2006a, S. 213). Weiterhin zählen das Untersuchen von Beziehungen zwischen verschiedenen Typen von Diagrammen, das Erfinden und Entwerfen von Diagrammen und das Anwenden von Diagrammen beispielweise in der angewandten Mathematik zu den diagrammatischen Tätigkeiten (Dörfler, 2006a). Handlungen im Sinn einer Manipulation eines Gegenstandes (Huth, 2021), wie beispielweise die Ausführung der Rechenstrategie des Fastverdoppelns (Padberg & Benz, 2020) durch Manipulation am Zwanzigerfeld wie in einer Szene dieses Beitrags, weisen einen „potenziell diagrammatischen Charakter“ (Vogel & Huth, 2020, S. 222) auf. Dabei sind Handlungen nicht klar von Gesten abgrenzbar (Huth, 2021; Huth & Schreiber, 2017). Nach Huth (2021) können Gesten als Bewegungen vornehmlich der Arme und Hände während des Sprechens verstanden werden. Die Autorin arbeitet heraus, dass Gesten auch mit materiell verfügbaren Gegenständen ausgeführt werden können, wenn diese deutlich aus ihrer bisherigen in der Interaktionssituation vereinbarten Verwendung herausgenommen und somit umgedeutet werden oder wenn sie deutlich in den gestischen Äußerungskontext eingebunden sind. Ebenso wie Handlungen kann auch die Verwendung von Gesten in entsprechenden Interaktionssituationen als diagrammatische Tätigkeit gedeutet werden (Huth, 2020; Vogel & Huth, 2020). Gleichzeitig können Gesten im Gestenraum als quasi-materialisierte Inskriptionen angesehen werden und als solche auch Teil eines Diagramms sein (Huth, 2020). Funktional betrachtet können Gesten die mathematische Interaktion strukturieren, die mathematische Rahmung klären, eine mathematische Idee darstellen, am Diagramm manipulieren und selbst als Diagramm genutzt werden (Huth, 2021, 2022). Vogel und Huth (2020) arbeiten heraus, dass Gesten und Handlungen in Interaktionen oft zusammen auftreten und zusammenspielen. So konnten sie zeitliche Wechsel von Handlungen zu Gesten und umgekehrt, vergleichbare Bedeutungszuschreibungen von Gesten und Handlungen durch die Interagierenden und die Erfüllung vergleichbarer Funktionen von Gesten und Handlungen in der Interaktion identifizieren. Für Letzteres beschreiben die Autorinnen ein Beispiel, in dem zunächst eine Handlung am Material ausgeführt wird und anschließend das so entstandene Diagramm gestisch gedeutet und erweitert wird, indem die in der Geste verwendeten Finger auf das Arbeitsmittel gelegt und so Teil des Diagramms werden. Handlungen und Gesten dienen in diesem Beispiel der Weiterentwicklung des Diagramms.

Diagrammatische Tätigkeiten können Denkprozesse klären, strukturieren und koordinieren (Hoffmann, 2007). Darüber hinaus können sie zum Aufbau von mathematischen Konzepten und einem mathematischen Verständnis führen. Dörfler (2006a, S. 211) spricht in diesem Zusammenhang von diagrammatischem Denken. Die Diagramme werden so selbst als „Forschungsobjekte“ untersucht und „mathematische Tätigkeit wird so zu einer sinnlich-empirischen und nicht bloß mentalen“ (ebd.).

Neben diagrammatischen Tätigkeiten ist für eine diagrammatische Praxis wesentlich, dass in ihr „über und mit Diagrammen kommuniziert wird“ (Dörfler, 2006a, S. 215). Huth (2021) arbeitet heraus, dass das wiederum sowohl sprachliche als auch gestische Äußerungen umfasst. Eine Kommunikation mit Diagrammen kann sprach-

licher Natur sein, wenn beispielweise Terme als Diagramme gesprochen werden (Ott & Wille, 2022). Die Kommunikation über Diagramme und diagrammatische Aktivitäten ermöglicht nach Wille (2020) die Verwendung von Bezeichnungen für Diagramme, die zu verschiedenen Regelsystemen gehören, jedoch aufeinander bezogen werden können, und die Interpretation des diagrammatischen Denkens. Tiedemann (2021) bezieht sich zwar nicht explizit auf Diagramme, betrachtet jedoch Beschreibungen zu Handlungen am Rechenrahmen und arbeitet heraus, dass diese genutzt werden, um die Handlungen zu konventionalisieren, für das am Rechenrahmen erarbeitete Verfahren charakteristische Punkte zu fokussieren und das Beschreiben selbst zu verdichten. Gemeinsam mit Rottmann weist sie darauf hin, dass die Lehrpersonen durch die Beschreibungen der Handlungen durch die Kinder Einblicke in deren Interpretationen der Arbeitsmittel gewinnen können: „So werden die Beschreibungen der Kinder zu fachlichen Wegweisern für die Lehrkraft“ (Tiedemann & Rottmann, 2019, S. 168).

4 Forschungsinteresse

Die hier präsentierten Daten sind Teil der Projekts *MaL1zu1 – Mathematik lernen und lehren in Eins-zu-Eins-Situationen* mit der übergeordneten Fragestellung, wie sich die Teilnahme an der diagrammatischen Praxis zwischen einem Kind und einer:m Studierenden in einer Fördersituation zur Ablösung vom zählenden Rechnen realisiert. Im vorliegenden Beitrag wird der Unterfrage nachgegangen, wie sich der Support-Job *Entwicklungsfortschritt* in der Interaktion zwischen einem Kind und einer:m Studierenden in einer Fördersituation zur Ablösung vom zählenden Rechnen realisiert. Dabei ist von besonderem Interesse, wie die Arbeitsmittel in die Interaktion eingebunden sind und wie sie in der Interaktion zu Diagrammen werden.

5 Setting

An der Pädagogischen Hochschule St. Gallen fördern Studierende im Rahmen eines Wahlfachs Kinder der ersten und zweiten Klasse in einem Eins-zu-Eins-Setting. Ein:e Studierende:r und ein Kind arbeiten wöchentlich in Förderlektionen von gut 30 Minuten zusammen. Begleitet wird die Förderung in einem Seminar an der Hochschule. In der individuellen Förderung setzen die Studierenden Förderaktivitäten ein, die im Projekt *MALKA – Mathematik lernen und kooperieren von Anfang an* (Wehren-Müller et al., 2018) u. a. auf der Grundlage der Klassenaktivitäten aus Häsel-Weide, Nührenböcker, Moser Opitz, und Wittich (2013) entwickelt wurden. Die individuelle Förderung soll die Lernenden bei der Ablösung vom zählenden Rechnen unterstützen. Ein wesentlicher Aspekt der Förderung ist die strukturnutzende Anzahlbestimmung (Sprenger, 2021). Diese kann an strukturierten Arbeitsmitteln, wie dem Zwanzigerfeld, oder strukturierten Mengenanordnungen entwickelt werden (Häsel-Weide, 2016), welche als Diagramme gedeutet werden können (siehe 3.2).

6 Methode

Im Studienjahr 2018/19 wurden die Förderlektionen von fünf Tandems aus jeweils einer:m Studierenden und einem Kind komplett videografiert. Jede Bearbeitung einer Förderaktivität wird in Anlehnung an Tiedemann (2012, S. 82) als eine Episode verstanden, die wiederum in mehrere Szenen unterteilt werden kann. Für die Analyse wurden Szenen ausgewählt, die eine offensichtliche Relevanz zur Fragestellung aufweisen und krisenhaft sind (Krummheuer, 1992, S. 55). Die Relevanz zur Fragestellung wird dann als gegeben angesehen, wenn die Tandems Arbeitsmittel in der Interaktion verwenden. Als krisenhaft werden Situationen verstanden, in denen beispielweise durch einen Fehler des Kindes die Interaktion nicht wie vorher routiniert weiterlaufen kann.

Das Ziel, nachzuzeichnen, wie Arbeitsmittel im mathematischen Support mit dem Support-Job *Entwicklungsfortschritt* in einem Eins-zu-Eins-Setting aus Studierender:m und Lernender:m in die Interaktion eingebunden sind und wie sie in der Interaktion zu Diagrammen werden, macht ein rekonstruktives Vorgehen notwendig. Als Analysemethode wurde hierfür die Interaktionsanalyse nach Krummheuer (Krummheuer & Naujok, 1999; Tiedemann, 2012) angewandt. Im vorliegenden Beitrag ist die zusammenfassende Analyse zu zwei ausgewählten Szenen sowie die anschließende Fokussierung auf den Gebrauch der Arbeitsmittel dargestellt.

7 Empirische Beispiele

In den ausgewählten Szenen arbeiten die Tandems inhaltlich jeweils im Bereich des Teil-Ganzes-Verständnisses (Häsel-Weide et al., 2013). In beiden Beispielen sprechen die Tandems nicht in Mundart miteinander, was ihre Muttersprache wäre, sondern in Hochdeutsch (Schriftsprache), was für den Unterricht in Schweizer Schulen üblich ist. Die hier verwendeten Namen sind Pseudonyme.

7.1 Beispiel 1: Samira und Herr Wehrle arbeiten mit dem Zwanzigerfeld und Wendeplättchen

Im ersten Beispiel arbeiten Samira und Herr Wehrle zusammen mit einem magnetischen Zwanzigerfeld mit Wendeplättchen. Samira ist eine Schülerin am Anfang der zweiten Klasse, Herr Wehrle ein Student im fünften Semester. Sie bearbeiten eine Förderaktivität zur strukturnutzenden Anzahlbestimmung am Zwanzigerfeld, in welcher die Anzahl der Wendeplättchen auf dem Zwanzigerfeld in der Reihen- und der Blockdarstellung bestimmt werden soll (siehe Abb. 1). Vor der ausgewählten Szene wurden in der Episode die Begriffe Reihen- und Blockdarstellung besprochen. Anzahlbestimmungsprozesse wurden anhand von zwölf Wendeplättchen in der Reihen- und Blockdarstellung und dreizehn Wendeplättchen in der Blockdarstellung von beiden Interaktionsteilnehmenden durchgeführt und beschrieben.

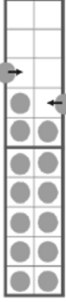
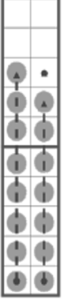
Turn	Zeit	Person	Äußerung	Aktivitäten am Arbeitsmittel
32	03:25	Stud.	mhm (nickt leicht)% dann mach mal deine Augen zu/ (schließt die Augen)	
33	03:27	Samira	(legt zwei Plättchen in der gleichen Farbe hörbar auf P8 und P17, hebt die Plättchen von P6 und P7 kurz an und legt sie hörbar wieder an ihren Platz)% und wie viele sind es jetzt/	
34	03:27	Stud.	(öffnet die Augen, schaut kurz mit den Augen nach oben, schaut aufs Zwanzigerfeld und macht leichte Nickbewegungen mit dem Kopf, schaut kurz mit den Augen nach oben, schaut aufs Zwanzigerfeld und macht leichte Nickbewegungen mit dem Kopf, greift sich mit der rechten Hand an den Hals und Nacken und kratzt sich und legt den Kopf dabei schief mit Blick nach oben) a c h t / ä h s e c h z e h n / %	
35	03:36	Samira	m h m / (schluckt) wieso sechzehn/	
36	03:56	Stud.	ich habe hier (zeigt von P1 bis P8) gezählt dass es acht ist% aber da (zeigt von P11 bis P17) kann es nicht acht sein% weil da (zeigt auf P18) müsste noch eins% da z u - (nimmt die Hände vor den Mund und wieder weg, schaut kurz zu Stud. und dann wieder aufs Zwanzigerfeld) also ist es nicht s e c h z e h n / .. sondern/	
37	04:01	Samira	(macht leichte Nickbewegungen mit dem Kopf)% (schaut sehr kurz in Luft dann zu Stud.) f ü n f z e h n /	
38	04:15	Stud.	mhm hast du jetzt nachgezählt/ (lächelt)	
39	04:15	Samira	j a (lächelt)	
40	04:27	Stud.	(lächelt und nickt, räuspert sich) wie könnte man das jetzt auch sehen wie viele es sind ohne dass man nachzählen muss/	
41	04:29	Samira		
42	04:30	Stud.		

Abb. 2: Transkript zu Beispiel 1, Samira und Herr Wehrle

43	04:37	Samira	. zum Beispiel (schiebt das Plättchen von P8 neben das Zwanzigfeld) jetzt sind es . sieben% (macht mit der rechten Hand einen Dreiviertelkreis über P6, P7, P8, P9, nimmt dann die linke Hand an den Mund) plus s i e b e n/	
44	04:44	Stud.	mhm/ (nickt)	
45	04:44	Samira	(nimmt die linke Hand wieder vom Mund weg) gleich vierzehn und eins dazu (schiebt das Plättchen wieder zurück auf P8)% gleich fünfzehn)	
46	04:48	Stud.	(nickt)% genau super\ das heißt du nimmst dann (schiebt das Plättchen von P8 nach rechts)% eine Reihe (zeigt von P7 bis P1)%	
47	04:54	Samira	mhm/	
48	04:55	Stud.	(legt den Zeigefinger über P1 bis P5 und bewegt ihn dann mit einem leichten Sprung in der Luft über P11 bis P15) verdoppelst die#	
49	04:57	Samira	#mhm/#	
50	04:57	Stud.	#nimmt das Doppelte ne also (legt den linken Zeigefinger wieder über P1 bis P5) von sieben% (bewegt den linken Zeigefinger weg Richtung P11 bis P15) ist das (legt den Zeigefinger über P11 bis P15) vierzehn% (schiebt das Plättchen vom Rand wieder auf P8) plus% die eins . genau\ gibt es noch eine Möglichkeit	

Abb. 2: Transkript zu Beispiel 1, Samira und Herr Wehrle (Fortsetzung)

7.1.1 Zusammenfassende Analyse

Die Szene (siehe Abb. 2) kann in fünf Abschnitte unterteilt werden. Im ersten Abschnitt <32–34> eröffnet der Student mit der Vorbereitung der Aufgabe die Szene. Durch seine Aufforderung an Samira, die Augen zu schließen, und ihre Akzeptanz derselben, einigen sich beide darauf, dass das Schließen der Augen für das Folgende offenbar wichtig zu sein scheint <32–33>. Während Samira so auf das Hören beschränkt ist und die Veränderungen am Zwanzigerfeld nicht visuell nachvollziehen kann, ergänzt der Student zwei Plättchen zur vorher im Block angeordneten Anzahl 13, so dass nun 15 Plättchen im Block angeordnet sind. Durch das Hören lässt sich die Ergänzung der zwei Plättchen für Samira nicht nachvollziehen, da vier Legegeräusche durch den Studenten produziert werden. Er schließt seine Handlung am Zwanzigerfeld und damit die Vorbereitung der nächsten Aufgabe mit der Aufforderung an Samira ab, die Anzahl der jetzt liegenden Plättchen zu bestimmen <34>.

Der zweite Abschnitt <35–39> wird von Samira durch das Öffnen ihrer Augen für die Anzahlbestimmung eröffnet <35>. In ihrem Anzahlbestimmungsprozess wechselt Samira zwischen ungerichteten Blicken nach oben, d. h. weg vom Zwanzigerfeld, und Blicken auf das Zwanzigerfeld mit Nickbewegungen. Die Nickbewegungen weisen darauf hin, dass sie zur Anzahlbestimmung Zählstrategien einsetzt. Gleichzeitig weisen die ungerichteten Blicke weg vom Zwanzigerfeld darauf hin, dass sie zusätzlich in ihrer Vorstellung operiert. Letzteres zeigt sich auch in ihrer Antwort „a c h t / ä h s e c h z e h n /“ <35>. Eine mögliche Deutung ist, dass sie sich mit dieser Äußerung zunächst nur auf die obere Plättchenreihe bezieht und diese als Selbstkorrektur verdoppelt. Dazu greift sie nicht mehr auf die Plättchen am Zwanzigerfeld zurück. Sie geht somit teilweise zählend vor. Ob Samira generell (Teil-)Anzahlen am Zwanzigerfeld zählend bestimmen muss oder ob sie hier zur Sicherheit nachzählt, da sie die Diskrepanz zwischen den Legegeräuschen und der angeordneten Anzahl irritiert, ist an dieser Stelle nicht zu entscheiden. Eine weitere Deutung ist, dass Samira aufgrund der mitgezählten Leggeräusche von 13 aus weiterzählt und die 13 als Startpunkt nimmt, dann in der Betrachtung des Zwanzigerfeldes bemerkt, dass das nicht stimmen kann und irritiert ist. Der Student evaluiert Samiras fehlerhafte Antwort nicht, sondern fordert durch die Frage „wieso sechzehn /“ eine Begründung für die Aussage ein <36>. Samira begründet die Aussage mit einer Beschreibung ihres Vorgehens. Dabei beschreibt sie zunächst ihr Vorgehen als Abzählen der oberen Reihe. Bedeutungstragender Bestandteil der Beschreibung sind auch Zeigegesten auf das Zwanzigerfeld. Durch sie wird das lautsprachlich geäußerte „hier“ am Zwanzigerfeld verortet. Die Beschreibung geht dann in eine Argumentation über, bei der sie ihre vorherige Antwort in Frage stellt: Sie vergleicht die beiden Plättchenreihen und schlussfolgert daraus, dass ihre vorherige Äußerung nicht stimmen kann <37>. Implizit bezieht sie sich dabei darauf, dass ihre vorherige Äußerung das Ergebnis einer Verdopplungsaufgabe ist, die Plättchen aber keine Verdopplungsaufgabe darstellen. Die Anzahlbestimmung durch Verdopplungsaufgaben hat Samira bereits in einer vorherigen Szene dieser Episode bei der Anzahl zwölf angewandt <23> (siehe Abb. 3).

23	02:56	Samira	<i>(zeigt von P1 bis P6) sechs% (zeigt von P11 bis P16) plus sechs% gleich zwölf</i>	
----	-------	--------	--	---

Abb. 3: Anzahlbestimmung über Verdopplungsaufgaben

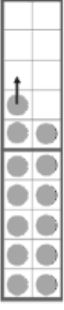
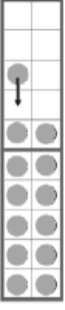
28	03:17	Stud.	<i>(nickt) mhmm\ die zwölf haben wir ja (schiebt das Plättchen von P7 etwas nach rechts)% vorhin schon gesehen\</i>	
29	03:20	Samira	<i>(nickt) ja</i>	
30	03:22	Stud. <	<i>(schiebt das Plättchen wieder zurück auf < P7)%</i>	
31	03:22	Samira <	< und jetzt eins dazu gleich dreizehn	

Abb. 4: Plättchenverschieben als Handlung zur Fastverdopplung

Eine Korrektur ihrer fehlerhaften Antwort durch die Ausführung einer Fastverdopplung (Verdopplung minus 1) (Padberg & Benz, 2020, S. 117) nimmt Samira an dieser Stelle nicht vor <37>. Möglich ist, dass Samira mit der Fastverdopplung am Arbeitsmittel nur die Plus-eins-Strategie verbindet. Der Student scheint Samira zuzutrauen, diese Fastverdopplung mit der Minus-eins-Strategie ausführen zu können. Als er sie ermutigt, ihre Überlegungen fortzusetzen und die korrekte Plättchenanzahl anzugeben <38>, wechselt Samira allerdings die Strategie und nutzt erneut Zählprozesse und damit eine ihr anscheinend vertraute Bestimmungsstrategie. Hier sind verschiedene Erklärungen denkbar: Möglicherweise ist Samira die Strategie des Fastverdoppels mit Subtraktion nicht geläufig. Ebenso ist möglich, dass für sie die Prozesse der Anzahlbestimmung und des Beschreibens von Strukturen getrennte Prozesse sind oder dass Samira durch das Nachhaken verunsichert wurde und nun auf die ihr bekannte Bestimmungsstrategie als Sicherheit zurückgreift. Insgesamt ist der zweite Abschnitt dadurch gekennzeichnet, dass Samira eine für sie passende Strategie zur Anzahlbestimmung wählt. Während Herr Wehrle keine Personalpronomen verwendet und somit offenbleibt, ob sie ihre oder eine Strategie beschreibt, beschreibt sie das Vorgehen mit „ich“ <37> und macht damit deutlich, dass sie ihr vorheriges Vorgehen beschreibt.

Im dritten Abschnitt <40–41> gibt Herr Wehrle Samira für ihre Strategie der Anzahlbestimmung mit der Nachfrage „hast du nachgezählt/“ einen Namen. Hierbei bezieht er sich mit der „Du“-Formulierung deutlich auf Samiras Vorgehen. Er ermöglicht ihr so in einer Art Meta-Kommunikation, über ihr Vorgehen nachzudenken und dieses zu benennen. Sie bestätigt das von ihm benannte Vorgehen <41>. Das gemeinsame Lächeln kann als Übereinkunft gedeutet werden, dass die Förderung eigentlich dem dienen soll, nicht zu zählen, oder auch als Verlegenheit und gleichzeitig Verbindlichkeit, da eine Schwierigkeit aufgetaucht ist.

Der vierte Abschnitt <42–45> wird von Herrn Wehrle durch die Wiederholung der Aufgabenstellung und die Präzisierung, die Anzahl ohne Zählen zu bestimmen, eröffnet. Er fordert Samira so zu einem Strategiewechsel zu einer nicht zählenden Anzahlbestimmung auf <40–42>. Durch die allgemeine Formulierung „wie könnte man das jetzt auch sehen wie viele es sind, ohne dass man nachzählen muss/“, die zusätzlich im Konjunktiv gehalten ist, gibt er Samira die Möglichkeit, sich von ihrer Lösungsstrategie zu entfernen und neu über alternative, nicht zählende Anzahlbestimmungsprozesse nachzudenken. Gleichzeitig rückt er mit dem Verb „sehen“, das Zwanzigerfeld mit den Plättchen in den Fokus. Samira greift diese Anregungen auf. Ihre Einleitung mit „zum Beispiel“ weist darauf hin, dass sie ihre Antwort als eine Möglichkeit zur nicht zählenden Anzahlbestimmung ansieht <43>. Sie bleibt nah bei Strategie der Verdopplung und wählt die nicht zählende Strategie der Fastverdopplung, geht neu jedoch von der Anzahl sieben aus und beschreibt die Verdopplung plus eins, indem sie die Rechnung „sieben plus **s i e b e n**/gleich vierzehn und eines dazu gleich fünfzehn“ verbal nennt. Zusätzlich dazu operiert sie entsprechend durch das Wegschieben des letzten Plättchens der oberen Reihe auf dem Zwanzigerfeld und macht mit der Äußerung „jetzt sind es . sieben“ und der Zeigegeste deutlich, dass so diese Anzahl als Ausgangszahl in der oberen Reihe zu sehen sei <43–45>. Für die

Plus-eins-Rechnung schiebt sie das eine Plättchen wieder hinzu. Im Verschieben des Plättchens und der Plus-eins-Rechnung greift Samira eine Strategie auf, die in einer vorherigen Szene dieser Episode von Herrn Wehrle und Samira gemeinsam entwickelt wurde <28–31> (siehe Abb. 4).

Insgesamt zeigt die Sprache mit dem Pronomen „man“, dem Konjunktiv und der Äußerung „zum Beispiel“ <42–43>, dass in diesem Abschnitt nicht mehr Samiras Strategie thematisiert wird. Vielmehr steht eine mögliche, nicht zählende Strategie zur Anzahlbestimmung im Zentrum, die bereits zuvor gemeinsam etabliert wurde.

Im fünften Abschnitt <46–50> wiederholt Herr Wehrle diese von Samira gezeigte additive Fastverdopplungsstrategie und die Verschiebebehandlung <46–50>. Dabei bezieht er nun durch das Pronomen „du“ und die Formulierungen „nimmst“ die Strategie wiederum direkt auf Samira. Er scheint davon auszugehen, dass Samira die Sprachmittel (Hein, 2021, S. 50) zum Beschreiben teilweise fehlen und reichert seine Strategiewiederholung mit den Begriffen „Reihe“, „verdoppelt“, und „das Doppelte“ an. Dabei unterstützt er jeden Begriff mit Gesten. Einen Schwerpunkt legt er hierbei auf die Verdopplung der Sieben, indem er zunächst die Handlung des Verdoppelns gestisch und begrifflich zeigt <48> und dann das Substantiv „das Doppelte“ einführt <50>. Die Reihen und deren Verdopplung betont er durch das Legen des Fingers über jeweils eine Reihe <48,50>. Aufgrund der Länge des Fingers reicht er dabei nicht über alle sieben Plättchen, sondern deutet das mit dem Finger über den ersten fünf Plättchen nur an. Die zum Substantiv ausgeführte Handlung greift erneut die beiden Siebenerreihen auf und nur indirekt die Gesamtanzahl. Diese wird verbal genannt <50>. Da das eine Plättchen mit der knappen Äußerung „plus die eins“ von ihm dazu geschoben wird, scheint er hier weniger Samiras Schwierigkeiten zu sehen und weist mit seiner Formulierung „die eins“ auf die Plus-eins-Rechnung allgemein und weniger auf das eine Plättchen hin. Er fasst hier allgemein das Vorgehen regelhaft zusammen und untergliedert es in einzelne Schritte <46, 48, 50>. Die aktuelle Plättchenanzahl auf dem Zwanzigerfeld integriert er als ein Beispiel für die Verdopplung <50>. Die Strategie Verdoppeln plus eins, verdeutlicht durch das Hin-und-her-Schieben des einen Plättchens, kann als gemeinsam geteilte Deutung von Samira und den Studenten zur Aufgabe, die in der Blockdarstellung gelegte Anzahl von 15 Plättchen am Zwanzigerfeld zu bestimmen, angesehen werden.

Die Interaktion, die von Samira und Herrn Wehrle in dieser Szene etabliert wird, folgt in weiten Teilen dem im dialogischen Lernen im Ich-Du-Wir-Prinzip (Ruf & Gallin, 1999). Während Samira zunächst ein eigenes Vorgehen wählt (Abschnitt 2), wird dem ein zuvor gemeinsam etabliertes Vorgehen gegenübergestellt (Abschnitt 4). Allerdings wird dieses als eine weitere Möglichkeit von Samira selbst eingeführt. Im fünften Abschnitt wird dieses Vorgehen als eine Regelmäßigkeit fixiert.

7.1.2 *Arbeitsmittel im Support-Job Entwicklungsfortschritt*

In dieser Szene kann der *Entwicklungsfortschritt* als Support-Job herausgearbeitet werden. Das Zwanzigerfeld mit den Wendepfättchen wird in der Szene als Aus-

gangspunkt für einen potenziellen Entwicklungsfortschritt des Kindes genutzt. Am Arbeitsmittel wird die vom Studenten auf Grundlage der Förderaktivität verfolgte Situationsidee entfaltet (siehe 2). Das Zwanzigerfeld mit den Wendepflichtchen ist in den meisten Abschnitten der Szene *Teilnehmer* der Interaktion.

In Abschnitt eins <32–34> ist das Arbeitsmittel entscheidender Teil der Aufgabenstellung. Es fordert Samira zur Turn-Übernahme auf und bietet ihr dafür inhaltlich verschiedene Möglichkeiten: Die Pflichtchenanzahl soll bestimmt werden, das Vorgehen bleibt Samira überlassen.

Auch in Abschnitt zwei <35–39> bleibt das Zwanzigerfeld zunächst Teil der Aufgabenstellung. Samira bestimmt nach der Aufforderung durch den Studenten die Pflichtchenanzahl auf dem Zwanzigerfeld <35>. Dazu wird sie diagrammatisch tätig: Sie bestimmt die Anzahl möglicherweise durch eine Mischung aus Abzählen der Pflichtchen und Verdoppeln einer ermittelten Anzahl oder durch Weiterzählen. Beim Abzählen wird das Arbeitsmittel als Diagramm genutzt, an dem die Zählprinzipien (Padberg & Benz, 2020) als diagrammatische Tätigkeit regelhaft angewandt werden. Die so ermittelte Anzahl wird möglicherweise in der diagrammatischen Tätigkeit des Verdoppelns gedanklich manipuliert oder Samira zählt von 13 aus im Kopf weiter. Das Arbeitsmittel ist zwar Ausgangspunkt dieser Tätigkeit, wird jedoch kurzzeitig zum *Bystander*, da die diagrammatische Tätigkeit nicht mehr konkret auf es bezogen ist. Die diagrammatische Tätigkeit an sich wird nicht explizit deutlich, sondern bleibt implizit. Im Vordergrund steht die Bearbeitung der Aufgabenstellung, in diesem Fall das Nennen einer Pflichtchenanzahl. Die Sprache dient der Nennung dieses Ergebnisses. Eine weitere mögliche Deutung ist, dass für Samira die Verdopplung oder Fastverdopplung mit der Plus-eins-Strategie die Strategie für den Gebrauch des Zwanzigerfeldes ist. Diese Strategie wird nun durch das Arbeitsmittel als Akteur in der Interaktion und der acht in der oberen Reihe als Ausgangspunkt für Samiras Überlegungen in Frage gestellt. Bei der vorherigen Aufgabe, bei der die Anzahl 13 bestimmt wurde <28–31>, hat sie die Bestimmung der Verdopplungsaufgabe dann möglicherweise noch von vorher gewusst <23>, aber nicht mit der Handlung am Arbeitsmittel bei der Fastverdopplung verknüpft. Spätestens durch das Einfordern einer Begründung für das Ergebnis durch den Studenten <36> ändert sich die Rolle des Arbeitsmittels. Es wird *Teilnehmer* der Interaktion und hat nun Anteil an der Argumentation <37>. In ihrer Äußerung „ich habe hier (*zeigt von P1 bis P8*) gezählt dass es acht ist% aber da (*zeigt von P1 bis P17*) kann es nicht acht sein% weil da (*zeigt auf P18*) müsste noch eins% da z u- (*nimmt die Hände vor den Mund und wieder weg schaut kurz zu Stud. und dann wieder aufs Zwanzigerfeld*) also ist es nicht s e c h z e h n“ kombiniert Samira die Sprache und die Nutzung des Arbeitsmittels durch Gesten in einer *Ping-Pong-Struktur* (siehe 3.1). Sie tritt in einen Dialog mit dem Arbeitsmittel, während sie nach einer Begründung sucht. Das Arbeitsmittel wird dabei als Diagramm erforscht. Die diagrammatische Tätigkeit zeigt sich in den Gesten, die sprachlich begleitet werden. Strukturell kann das als *Vernetzung* der Sprache und des Arbeitsmittels eingeordnet werden (siehe 3.1). Allgemein strukturieren Samiras Gesten und die sprachlich verwendeten Deiktika ihre Begründung und fokussieren auf charakteristische Punkte.

Die Gesten gehen noch darüber hinaus. Mit ihnen wird Samira diagrammatisch tätig (siehe 3.2): Indem sie von P1 bis P8 und P11 bis P17 jeweils in einer Linie über die Wendeplättchen zeigt, zeigt die Geste die mathematische Idee der Teilmengen an, in die sie die Gesamtmenge der Plättchen untergliedert. Die anschließende Zeigegeste auf P18 erweitert das Diagramm und wird so selbst Teil des Diagramms oder verweist auf eine Regel am Diagramm. Gleichzeitig drückt es die mathematische Idee der Eins-zu-Eins-Zuordnung aus, die wiederum sprachlich formuliert wird „da (zeigt von P11 bis P17) kann es nicht acht sein% weil da (zeigt auf P18) müsste noch eins% da z u-“ <37>. Das Arbeitsmittel wird von ihr so als Diagramm erforscht, genutzt, diagrammatisch erweitert und dient als Grundlage für die Schlussfolgerung „also ist es nicht s e c h z e h n“ <37>. Die diagrammatische Tätigkeit wird hier explizit und damit in der Interaktion verhandelbar. Durch die Äußerung des Studenten <38>, die von Samira als Aufforderung zur Nennung der korrekten Anzahl aufgefasst wird, wechselt die Rolle des Arbeitsmittels abermals. Es wird von Samira wieder als Teil der Aufgabenstellung angesehen. Das Arbeitsmittel wird als Diagramm genutzt, an dem die Anzahl über das regelhafte Anwenden der Zählprinzipien ermittelt werden kann <39>. Die diagrammatische Tätigkeit bleibt implizit. Im Vordergrund steht die Bearbeitung der Aufgabenstellung. Insgesamt spielt sich die Interaktion in Abschnitt zwei hauptsächlich zwischen dem Arbeitsmittel als *Teilnehmer* und Samira ab. Die Rollenwechsel des Arbeitsmittels vom Teil der Aufgabenstellung zum Anteil an der Argumentation und wieder zurück werden durch die Äußerungen des Studenten initiiert.

In der Meta-Kommunikation in Abschnitt drei <40–41> wechselt das Zwanzigerfeld den Status vom *Teilnehmer* zum *Bystander*. Nachdem Samira die Anzahl korrekt bestimmt hat, könnte Herr Wehrle die Interaktion hier beenden. Im weitesten Sinn kann das als ein Interaktionsprozess angesehen werden, der ins Stocken geraten könnte. Indem Herr Wehrle den Fokus vom Aushandeln am Zwanzigerfeld löst und das Vorgehen allgemein verbalisiert, wird es verhandelbar und es entstehen neue Möglichkeiten für die Interaktion. Der Abschnitt markiert den Übergang zu einer neuerlichen Auseinandersetzung mit einer variierten Aufgabenstellung.

In Abschnitt vier <42–45> macht Herr Wehrle das Zwanzigerfeld mit den Wendeplättchen wieder zum *Teilnehmer* in der Interaktion, indem es erneut entscheidender Teil der Aufgabenstellung ist. Das wird durch das Wort „sehen“ noch hervorgehoben <42>. Die Aufgabenstellung ist nun variiert, indem das nicht zählende Vorgehen betont wird und durch die Formulierung „wie könnte man“ nach allgemein gültigen regelhaften Vorgehensweisen am Diagramm gesucht wird. Anschließend wird das Arbeitsmittel Teil der Beschreibung eines regelhaften Vorgehens. Samira manipuliert das Diagramm, indem sie sich auf eine zuvor gemeinsam etablierte Strategie bezieht und diese verbal sowie handelnd und gestisch darstellt: „zum Beispiel (schiebt das Plättchen von P8 neben das Zwanzigerfeld) jetzt sind es . sieben% (macht mit der rechten Hand einen Dreiviertelkreis über P6, P7, P8, P9, nimmt dann die linke Hand an den Mund) plus s i e b e n“ <43> und weiter „(nimmt die linke Hand wieder vom Mund weg) gleich vierzehn und eins dazu (schiebt das Plättchen wieder zurück auf P8)% gleich fünfzehn“ <45>. Zwischen Handlung und Geste ist hier ein zeitlicher

Wechsel erkennbar. Samira manipuliert zunächst das Diagramm, indem sie das Plättchen von P8 wegschiebt. Am so neu entstandenen Diagramm wird sie gestisch diagrammatisch tätig: Beide Reihen haben sieben Plättchen, somit sind sie als ein Block von 14 Plättchen interpretierbar. Samiras diagrammatische Tätigkeit zeigt sich hier sprachlich und gestisch. Während sprachlich die einzelnen Teilmengen (sieben und sieben) genannt werden, fokussiert Samira gestisch auf die Menge aus vier Elementen, die zum Zehnerblock hinzukommen, damit es vierzehn werden. Strukturell kann hier eine *Vernetzung* zwischen Sprache und Gesten am Arbeitsmittel rekonstruiert werden (siehe 3.1), dabei fokussieren die beiden Modi jedoch auf unterschiedliche inhaltliche Aspekte. Während die Sprache spezifisch auf die genaue Plättchenanzahl bezogen bleibt, wird in der Geste die Verdopplungsidee verallgemeinert. Sprache und Geste bringen gemeinsam die gesamte mathematische Idee der Verdopplung in der Blockdarstellung mit verschiedenen Aspekten zum Ausdruck. Anschließend manipuliert Samira dieses Diagramm, indem sie das Plättchen wieder zurückschiebt und diese Handlung sprachlich begleitet <45>. Die Interaktion findet hauptsächlich zwischen Samira und dem Arbeitsmittel statt.

In Abschnitt fünf <46–50> bleibt das Diagramm Teil der Beschreibung eines regelhaften Vorgehens, allerdings findet nun die Interaktion hauptsächlich zwischen Herrn Wehrle und dem Arbeitsmittel statt, indem Herr Wehrle diagrammatisch tätig wird. Auch hier ist ein zeitlicher Wechsel zwischen Handlung und Gesten rekonstruierbar. Herr Wehrle manipuliert das Diagramm zunächst analog zu Samira, indem er das Plättchen von P8 zur Seite schiebt <46>. Anschließend konzentriert er sich auf das so neu entstandene Diagramm. Gestisch greift er Samiras Äußerung aus Turn 37 auf, indem er über die obere Plättchenreihe zeigt, allerdings in entgegengesetzter Richtung. Gestisch wird so die mathematische Idee der Irrelevanz der Anordnung einer Menge für deren Anzahl implizit deutlich. Als Gestenfunktion kann hier die Strukturierung seiner Beschreibung und die mathematische Idee, die die Geste zeigt, rekonstruiert werden. Sprachlich verdichtet und verallgemeinert Herr Wehrle das, indem er nicht die Plättchenanzahl nennt, sondern von einer „Reihe“ spricht <46>. In Turn 48 führt Herr Wehrle mit dem ausgestreckten Finger eine neue Geste ein. Diese Geste greift seine zuvor sprachlich eingebrachte Idee der Reihe auf und drückt sie gestisch aus. Dabei ist nicht mehr wichtig, dass der Finger über alle Plättchen reicht oder die einzelnen Plättchen hervorgehoben werden, sondern diese Information ist in der Geste für die Idee der Reihe verdichtet und verallgemeinert. Neu kommt nun die Idee der Verdopplung hinzu, die durch das Bewegen des Zeigefingers von der einen zur anderen Reihe gestisch erkennbar ist. Er führt die Idee der Verdopplung zunächst sprachlich und anschließend gestisch ein <48>. Diese neuen Gesten wiederholt er in Turn 50 und verbindet sie sprachlich neu mit der Idee des Doppelten, also des Blocks auf dem Zwanzigerfeld. Während die Gesten hier allgemein bleiben, da sie nicht auf die konkrete Plättchenanzahl bezogen sind, wird Herr Wehrle sprachlich nun konkret und bezieht die neu eingebrachte Idee des Doppelten auf die spezifische Aufgabe. Abschließend manipuliert er das Diagramm wieder analog zu Samira, indem er das zuvor weggeschobene Plättchen zurück auf P8 schiebt und das sprachlich begleitet.

Strukturell kann in dieser Interaktion zwischen Herrn Wehrle und dem Arbeitsmittel in Turn 46 eine *Vernetzung* zwischen Sprache und Gesten am Arbeitsmittel rekonstruiert werden (siehe 3.1). In dieser *Vernetzung* können besondere Anteile rekonstruiert werden, die hier mit *Verflechtung* bezeichnet werden sollen: Die *Verflechtung* zeigt sich darin, dass die Geste eine Verbindung zu einem neuen sprachlich eingebrachten Begriff bildet. So greift Herr Wehrle in Turn 46 eine in der Interaktion etablierte Geste auf und verbindet diese sprachlich mit der Idee der Reihe als einer didaktisch-strukturellen Idee am Zwanzigerfeld. In Turn 48 führt er mit dem Verdoppeln eine neue mathematische Idee einer diagrammatischen Handlung zunächst sprachlich ein, verbindet diese anschließend mit einer Geste, behält im weiteren Verlauf die Geste bei und verbindet sie mit der neuen mathematischen Idee des Doppelten. Während Herr Wehrle so diagrammatisch tätig wird, verdichtet und konventionalisiert er das in der gemeinsamen Interaktion etablierte Vorgehen zur Anzahlbestimmung von Plättchen in der Blockdarstellung am Zwanzigerfeld mit der Fastverdopplungsstrategie. Sprachlich und gestisch fokussiert er in der Kommunikation auf charakteristische Aspekte dieser Strategie (siehe 3.2).

7.2 Beispiel 2: Paula und Frau Schwyzer arbeiten an einem strukturierten Mengenbild aus Wendeplättchen

Im zweiten Beispiel arbeiten Paula und Frau Schwyzer zusammen an einem strukturierten Mengenbild aus Wendeplättchen. Paula ist eine Schülerin am Anfang der zweiten Klasse, Frau Schwyzer eine Studentin im dritten Semester. Sie bearbeiten eine Förderaktivität zur strukturierten Anzahlbestimmung mit dreizehn als strukturiertes Mengenbild angeordneten Wendeplättchen (siehe Abb. 5). In der Förderlektion der vorherigen Woche haben sie bereits so an einem anderen derartigen Mengenbild gearbeitet. Vor der ausgewählten Szene haben sie in der vorliegenden Episode gemeinsam die an den Farben der Wendeplättchen orientierte Zerlegung neun und vier gefunden. Paula hat entsprechend im Muster mit einem Bleistift eingekreist und den Term notiert.

7.2.1 Zusammenfassende Analyse

Die Szene (siehe Abb. 5) kann in drei Abschnitte unterteilt werden. Im ersten Abschnitt <22–24> wird die Szene von Paula eröffnet, indem sie den Term zu einer vermeintlich weiteren Zerlegung angibt <22>. Ein Impuls der Studentin erfolgt dafür nicht. Es scheint in der Interaktion zwischen Paula und Frau Schwyzer etabliert zu sein, dass jeweils mehrere Zerlegungen gefunden werden und dass diese als Term genannt werden. Die von ihr genannte Zerlegung passt nicht zur Anzahl der Wendeplättchen im strukturierten Mengenbild. An dieser Stelle kann nicht entschieden werden, worin die Problematik für Paula besteht. Da die vorherige Einkreisung noch zu sehen ist, ist es beispielweise möglich, dass sie die neun roten Plättchen aus der vorherigen Zerlegung beibehalten möchte, und die vier blauen Plättchen in zwei und zwei unterteilt.




Turn	Zeit	Person	Äußerung	Aktivitäten am Arbeitsmittel
22	01:46	Paula	(dreht sich langsam mit dem Stuhl hin und her und schaut auf die Wendepfättchen) ähm z w e i p l u u s .. v i e r / .. p l u s s (4Sek.) plus% neun/%	
23	02:06	Stud.	.. mhmm kannst du das mal (bewegt ihren Stift in der Luft kurz Richtung Wendepfättchen) einkreisen% zuerst	
24	02:11	Paula	< (kreist die zwei rote Pfättchen links unten ein) z w e i% plus (kreist die vier blauen Pfättchen ein) v i e r% plus (kreist die sechs roten Pfättchen rechts unten ein) neun <%	
25	02:23	Stud.	< (kreist zweimal mit dem Zeigefinger die Pfättchen ein, welche Paula als neun umreist hat) dieses hier hast du gesagt neun ob das neun sind%	
26	02:31	Paula	(schaut auf das Muster) . (lacht, lehnt sich zurück) ouch nein%#	
27	02:33	Stud.	#nein nicht ganz wie viele sind es denn/	
28	02:35	Paula	sind see f ääh f jo sechs#	

Abb. 5: Transkript zu Beispiel 2, Paula und Frau Schwyzer


29	02:40	Stud.	#genau sechs ja und hast du (zeigt auf das rote Plättchen, das links unterhalb der blauen liegt) diesen hier auch benutzt/	
30	02:44	Paula	. (schüttelt leicht den Kopf) nn e i n%#	
31	02:47	Stud.	#der wurde noch vergessen dann kannst du den% .. was könntest du jetzt (tippt nochmals kurz auf dasselbe rote Plättchen) mit diesem% machen/	
32	02:51	Paula	aha (macht bei der Nennung einer Zahl mit dem Stift jeweils eine Tippbewegung in der Luft) zwei plus sechs plus eins plus vier%	
33	02:58	Stud.	(nickt) zum Beispiel genau% kannst du das mal aufschreiben	
34	03:00	Paula <<	(schreibt 2+) zwei plus% < (schaut aufs Muster, schreibt dann 6+) sechs plus% (schaut aufs Muster, schreibt dann 4+) vier plus% < (schreibt 1) eins% gleich dreizehn%	
35		Stud. <<<	< (notiert sich etwas auf ihr Blatt) <%	
36	03:17	Stud.	(schaut auf Paulas Rechnung) genau/ sehr gut	

Abb. 5: Transkript zu Beispiel 2, Paula und Frau Schwyzer (Fortsetzung)

Dabei nennt sie das Zwischenergebnis der vier blauen Plättchen fälschlicherweise als eine Anzahl der Zerlegung. Eine weitere Möglichkeit ist, dass sie versucht, die zuvor genannte Zerlegung nur leicht abzuändern und gleichzeitig auf eine andere Weise im Muster zu sehen. Ebenso ist möglich, dass sie sich darauf konzentriert, Teilmengen zu identifizieren, ohne dabei die Gesamtanzahl zu beachten, auch wenn sie es als Term spricht. Das Sprechen als Term kann eine Konvention sein, die für sie nicht oder nur teilweise mit der Zerlegung der Gesamtmenge in Teilmengen verbunden ist. Das langgezogene und wiederholte Sprechen des „plus“ kann Paula auch Zeit zum Denken verschaffen. Eine weitere Möglichkeit ist, dass Paula die Teilmengen teilweise neu auszählt und sich dabei verzählt. Frau Schwyzer repariert Paulas Aussage nicht, sondern fordert sie nach einer kurzen Pause, die Paula ermöglicht, den Turn zu behalten, auf, ihre genannte Zerlegung einzukreisen <23>. Das Wort „zuerst“ suggeriert, dass es danach einen weiteren Schritt gibt, der erledigt werden muss. Die Studentin scheint ein weiteres Ziel zu verfolgen, zu welchem das Einkreisen ein Zwischenschritt ist. Die Aufforderung zum Einkreisen kann als erster Schritt zum Schaffen einer gemeinsamen Verständigungsgrundlage interpretiert werden. So wird der gemeinsame Gegenstand geklärt, da Paula deutlich machen kann, auf welche Teilmengen sie sich bezieht. Gleichzeitig wird Paula so ermöglicht, ihren Turn selbst zu reparieren. Diese Deutung wird durch die Formulierung der Studentin gestützt, die grammatikalisch eine Nachfrage ist, ob Paula diese Zerlegung einkreisen könne. Paula fasst die Aussage der Studentin als Aufforderung zum Einkreisen auf und formuliert ihre Äußerung nun nicht mehr fragend, wie in Turn 22, sondern sicherer <24>. Es kann interpretiert werden, dass sie die Aufforderung zum Einkreisen als Bestätigung aufgefasst hat, dass ihre Zerlegung korrekt sei. Beim Einkreisen nennt sie simultan zur Handlung die entsprechende Anzahl, die sie (vermeintlich) einkreist. Die von ihr in Turn 22 eingebrachte Formulierung als Term behält sie bei, ebenso die genannte Reihenfolge. Ihre Aussage aus Turn 22 repariert Paula an dieser Stelle nicht. Es kann interpretiert werden, dass Paula keine Notwendigkeit sieht, ihre Aussage in Frage zu stellen, da sie die Äußerung der Studentin als Bestätigung aufgefasst hat. Die Anzahl vier scheint für Paula wie in der vorhergehenden Aufgabe an die blauen Wendeplättchen gekoppelt zu sein, für die roten Wendeplättchen versucht Paula eine neue Zerlegung zu finden. Dabei realisiert sie nicht, dass sie ein Plättchen nicht eingekreist hat. Es ist möglich, dass sie dieses Plättchen übersieht, da die vorherigen Einkreisungen noch auf dem Papier zu sehen sind. Ebenfalls ist möglich, dass für Paula die Konvention, bei einer Zerlegung immer alle Plättchen zu beachten, nicht bekannt ist. Es ist auch denkbar, dass sie das Plättchen vergisst, da sie die simultan erfassbaren Anzahlen zwei und vier einkreist und dann die restlichen Plättchen, die als Gruppe zusammen liegen. Die Anzahl der restlichen Plättchen benennt sie aufgrund der vorherigen Zerlegung mit neun. Diese Anzahl ist nicht mehr simultan zu erfassen und wird von Paula nicht überprüft. Ebenso berechnet Paula anscheinend nicht die Summe der von ihr genannten Plättchenanzahlen, da sie dann möglicherweise einen Widerspruch zu ihrer vorherigen Aussage zu Beginn der Episode „das gibt immer (*macht eine schnelle Bewegung mit der Stiftspitze in der Luft Richtung Muster*) dreizehn% weil es (*macht eine*

schnelle Bewegung mit der Stiftspitze in der Luft Richtung Muster) sind dreizehn“ <15> erkennen könnte. Die Studentin evaluiert Paulas Äußerung und Einkreisung nicht weiter, bestätigt aber, dass sie sie mitverfolgt hat <25>.

Im Zentrum des zweiten Abschnitts <25–33> steht das Überprüfen der gefundenen Zerlegung in Kombination mit den Einkreisungen. Die Studentin wiederholt in ihrer Äußerung explizit den Teil aus Paulas Äußerung, den Paula überprüfen soll: „dieses hier hast du gesagt neun“ <25>. Das integriert sie in ihre Aufforderung an Paula, zu überprüfen, ob das neun Plättchen seien <25>. Die Einleitung „jetzt kannst du“ <25> kann wiederum als eine Strukturierung der Aufgabe verstanden werden, zum einen in einer zeitlichen Hinsicht als Abfolge von Teilaufgabe, zum anderen in inhaltlicher Hinsicht als Fokussierung auf die eingekreiste Teilmenge als eine der beiden fehlerhaften Stellen. Diese Fokussierung nimmt sie auch gestisch vor, indem sie zweimal Paulas Einkreisung nachzeichnet. Die Verantwortung für das Überprüfen und die Wahl einer passenden Überprüfungsstrategie lässt die Studentin bei Paula. Paula wendet sich dem strukturierten Mengenbild erneut zu und äußert, dass die Anzahl nicht neun sei <26>. Da sie das strukturierte Mengenbild nur kurz betrachtet, ist es möglich, dass sie grob abschätzt, dass es weniger als neun Plättchen sein müssen oder dass sie nur angibt, dass es nicht neun seien, weil sie aus der Äußerung der Studentin schließt, dass ihre vorherige Aussage falsch war. Die Studentin bestätigt Paulas Äußerung <27>. Dabei geht sie mit der abschwächenden Äußerung „nicht ganz“ auf Paulas als etwas verschämt interpretierbares Lachen <26> ein und ermutigt sie gleichzeitig, da die Aussage „nicht ganz“ als ein *fast* aufgefasst werden kann. Sie strukturiert das Überprüfen weiter, indem sie nun nachfragt, wie viele es seien <27>. Damit legt sie fest, dass durch eine Anzahlbestimmung die falsche Aussage korrigiert werden kann. Die Verantwortung für das Überprüfen und das Bestimmen einer geeigneten Strategie überlässt Frau Schwyzer weiterhin Paula. Für das bestimmen der Anzahl lässt Paula keine Gesprächspause <28>. Während des Sprechens schwankt sie zwischen der Anzahl sechs und der Anzahl vier oder fünf. Sie scheint die Anzahl während des Sprechens zu überprüfen, was als Grund dafür angesehen werden kann, dass sie an dieser Stelle kurzzeitig in die ihr vertraute Mundart wechselt. Die kurze Zeitspanne, die Paula zum Überprüfen benötigt, sowie die Andeutung der Anzahl vier oder fünf deuten darauf hin, dass sie die Anzahl quasi-simultan erfasst. Dabei strukturiert sie die Anzahl ausschließlich visuell. Paulas Äußerung wird von Frau Schwyzer deutlich bestätigt <29>. Damit schließt sie diese erste Korrektur der ursprünglichen Äußerung von Paula ab. Wie Paula die Anzahl bestimmt hat, wird nicht weiter thematisiert. Stattdessen legt die Studentin mit der Verknüpfung „und“ und einer Zeigegeste den Fokus auf die zweite fehlerhafte Stelle, die beim Einkreisen entstanden ist <29>. Hier fragt sie explizit nach, ob das von ihr gezeigte Plättchen von Paula berücksichtigt wurde und unterstützt das durch eine Zeigegeste und das Wort „diesen“. Die Äußerung kann als rhetorische Frage verstanden werden oder als echte Nachfrage, weil sie unsicher ist, ob Paula das Plättchen mitgedacht hat. Ähnlich wie zuvor bei der Aufforderung, das Genannte einzukreisen, wird so die gemeinsame Basis, über die gesprochen wird, verhandelt. Es ist möglich, dass Paula erst jetzt auffällt, dass sie dieses Plättchen

vergessen hat, und deshalb zögerlich verneint <30>. Ebenso ist möglich, dass ihr nicht bewusst war, dass alle Plättchen verwendet werden müssen. Die Studentin expliziert, dass das Plättchen vergessen wurde <31>. Dabei bezieht sie die Aussage zum ersten Mal nicht auf Paula, sondern bleibt allgemein. Sie korrigiert sich in der Aussage selbst, nachdem sie zunächst ansetzt, einen Lösungsvorschlag zu bringen, und stellt stattdessen Paula die Frage, was sie mit dem Plättchen „machen“ könne <31>. Dabei verweist sie wiederum gestisch und sprachlich deutlich auf das Plättchen. Das Wort „jetzt“ kann wiederum als zeitliche Strukturierung der Aufgabenbearbeitung interpretiert werden, oder als Betonung, dass nach der Identifikation des Fehlers dieser nun von Paula behoben werden kann. Wie der Fehler behoben wird, überlässt die Studentin Paula. Paulas Äußerung „aha“ kann als Hinweis auf eine Erkenntnis, die sie in diesem Moment erlangt, gedeutet werden <32>. Sie erklärt nicht, was sie mit dem einen Plättchen machen kann, sondern geht zurück zum Ausgangsproblem und gibt verbal einen neuen Term an, der alle Plättchen beinhaltet. Das Nennen der Teilmengen bindet sie gestisch an die jeweils gemeinte Teilmenge. Es kann interpretiert werden, dass sie die Erkenntnis hatte, dass alle Plättchen berücksichtigt werden müssen, dass die Gesamtmenge auch in vier Teilmengen zerlegt werden kann oder dass auch ein Plättchen als eine Teilmenge angesehen werden kann. Eine Einkreisung nimmt Paula nicht vor, was daran liegen kann, dass sie das bei einem Plättchen als nicht sinnvoll ansieht, oder das Einkreisen als eine Handlung ansieht, zu der sie nach dem Nennen eines Terms aufgefordert wird. Sie nennt erste die Teilmengen aus roten Plättchen und zuletzt die Teilmenge aus blauen Plättchen. Die Studentin bestätigt Paulas Äußerung und deklariert sie als eine Möglichkeit von mehreren <33>.

Der dritte Abschnitt wird von der Studentin mit der Aufforderung, das Genannte zu notieren, eingeleitet <33>. Paula notiert die Zerlegung. Dazu spricht sie mit und orientiert sich an den im Mengenbild zuvor identifizierten Teilmengen <34>. Das zeigt sich auch darin, dass sie die Reihenfolge der Teilmengen ändert: Sie notiert zunächst die Anzahl der eingekreisten Teilmengen und dann die Eins für das eine Plättchen, das noch übrigbleibt. Währenddessen macht sich die Studentin Notizen in ihren Unterlagen <35>, was darauf hinweist, dass sie davon ausgeht, dass Paula diesen Schritt der Aufgabenbearbeitung ausführen kann und sie sie dabei nicht beobachten muss. Die Notation des Terms scheint nicht im Zentrum der Bearbeitung zu stehen, sondern schließt diese ab. Abschließend evaluiert Frau Schwyzer Paulas Notation als richtig <36>.

Zwischen Paula und Frau Schwyzer etabliert sich in dieser Szene eine Interaktion, in der Frau Schwyzer die Strukturierung und Fokussierung übernimmt. Der Ablauf der Handlungen ist klar in Teilschritte, die in einer Reihenfolge abgearbeitet werden, untergliedert, zu denen meist Frau Schwyzer die Aufforderung gibt. Bei der Fehlerkorrektur geht Frau Schwyzer zunehmend kleinschrittiger vor (Abschnitt 2). Inhaltlich gibt sie Paula den Raum und die Verantwortung, ihre eigenen Ideen einzubringen.

7.2.2 *Arbeitsmittel im Support-Job Entwicklungsfortschritt*

Auch in dieser Szene kann als Support-Job der *Entwicklungsfortschritt* herausgearbeitet werden. Das strukturierte Mengenbild aus Wendepfättchen wird in der Szene als Ausgangspunkt für einen potenziellen Entwicklungsfortschritt des Kindes genutzt. Am Arbeitsmittel wird die von der Studentin auf Grundlage der Förderaktivität verfolgte Situationsidee entfaltet (siehe 2). Die Wendepfättchen als Arbeitsmittel sind in der Szene meist *Teilnehmer* an der Interaktion in der Rolle als wesentlicher Teil der Aufgabenstellung. Zusätzlich ist das Papier, auf dem sie liegen und auf das gezeichnet wird, sowie Paulas Bleistift teilweise *Teilnehmer*.

In Abschnitt eins <22–24> greift Paula das inhaltliche Angebot des strukturierten Mengenbildes, verschiedene Zerlegungen zu finden, auf und nennt sprachlich eine in ihren Augen weitere Möglichkeit. Sie spricht dabei ein Diagramm <22>. Hier ist es möglich, dass sie das strukturierte Mengenbild als *Teilnehmer* der Interaktion ansieht und durch eine nicht äußerlich erkennbare diagrammatische Tätigkeit in Teilmengen zerlegt. Dann wäre das strukturierte Mengenbild als Diagramm in die Interaktion eingebunden. Genauso ist es möglich, dass sich Paula nicht auf das strukturierte Mengenbild bezieht, sondern die zuvor genannte Zerlegung sprachlich variiert. Dann wäre das strukturierte Mengenbild *Bystander*. Frau Schwyzer macht das strukturierte Mengenbild mit der Aufforderung, die Zerlegung einzukreisen, zum *Teilnehmer* an der Interaktion, ebenso den Stift und das Papier, auf dem die Wendepfättchen liegen <23>. Paula wiederholt sprachlich das bereits zuvor gesprochene Diagramm. Gleichzeitig wird sie parallel dazu handelnd tätig und manipuliert das strukturierte Mengenbild, indem sie Teilmengen einkreist. Dabei stimmen die genannten Anzahlen mit den Anzahlen der eingekreisten Wendepfättchen bei zwei Teilmengen überein, bei einer nicht <24>. Ihre Einkreishandlung kann als potenzielle diagrammatische Tätigkeit betrachtet werden. Die Gesamtmenge wird zerlegt. Dieses Zerlegen führt Paula jedoch nicht vollständig regelkonform durch. Zum einen werden nicht alle Pfättchen beachtet, zum anderen passt die genannte Anzahl einer Teilmenge nicht zur Anzahl der eingekreisten Pfättchen. Damit passt das gesprochene Diagramm nicht vollständig zum eingekreisten Diagramm. Dennoch wird die Menge zerlegt und die genannte Anzahl passt bei zwei Teilmengen zur eingekreisten Anzahl. Strukturell kann zwischen Sprache und Handlung hier eine *Vernetzung* rekonstruiert werden (siehe 3.1).

In Abschnitt zwei <25–33> fokussiert die Studentin nicht mehr auf das gesamte strukturierte Mengenbild, sondern auf ausgewählte Teilmengen. Indem sie Paula auffordert, die Anzahl der einen Teilmenge zu überprüfen <25>, bestätigt sie Paulas vorherige Handlung als diagrammatische Tätigkeit. Sie geht davon aus, dass Paula im strukturierten Mengenbild nicht willkürlich einkreist, sondern Teilmengen, deren Anzahl sie bestimmen kann, ausgewählt hat. Durch ihre Zeigegeste und den deiktischen Ausdruck „dieses“ fokussiert sie auf die fehlerhaft genannte Mengenzahl. Diese hebt sie auch sprachlich hervor, indem sie zwei Mal die fehlerhaft genannte Anzahl „neun“ nennt. Strukturell kann hier eine *Vernetzung* von Sprache und Gestik rekonstruiert werden (siehe 3.1). Beide haben die Funktion, auf die fehlerhaft angegebene

ne Teilmenge zu fokussieren (siehe 3.2). Paula wird zunächst nicht sicht- oder hörbar diagrammatisch tätig <26>. Mit der Konkretisierung der Aufgabenstellung durch die Frage „wie viele sind es denn/“ rückt die Studentin die von Paula eingekreisten und mit der Anzahl „neun“ benannten Wendepüttchen noch stärker als *Teilnehmer* ins Zentrum der Interaktion und fordert Paula auf, die Anzahl zu bestimmen, d. h. mit den Wendepüttchen in Interaktion zu treten und diagrammatisch tätig zu werden. In Paulas darauffolgender Äußerung kann eine *Ping-Pong-Struktur* zwischen ihr und den Wendepüttchen rekonstruiert werden, wobei sie nicht handelnd oder gestisch diagrammatisch tätig wird <28>. Sie tritt in Dialog mit den Wendepüttchen und korrigiert dabei ihre sprachlichen Äußerungen mehrfach. Zur Anzahlbestimmung wird sie regelkonform diagrammatisch tätig, wobei nicht rekonstruiert werden kann, welche Anzahlbestimmungsstrategie sie nutzt. Es ist möglich, dass sie eine Zählstrategie oder nicht zählende Strategien nutzt oder beides kombiniert (Padberg & Benz, 2020). Die Studentin vertieft das nicht weiter, sondern belässt dem Arbeitsmittel seine Rolle als Teil der Aufgabenstellung, indem sie diesen Teilaspekt als korrigiert abhakt und sich der nächsten fehlerhaften Stelle zuwendet <31>. Auch hier fokussiert sie wiederum mit einer Zeigegeste und Deiktika auf die fehlerhafte Stelle und gibt diesmal mit der Aussage „der wurde noch vergessen“ einen möglichen Grund für den Fehler an. Strukturell kann auch hier wieder eine *Vernetzung* von Sprache und Gestik rekonstruiert werden (siehe 3.1). Paula wird daraufhin diagrammatisch tätig. Dabei wechselt sie jedoch das Diagramm: Sie bezieht sich nicht nur auf das von der Studentin fokussierte Püttchen, sondern auf das gesamte strukturierte Mengenbild. Dieses interpretiert sie als Diagramm und nennt dazu sprachlich eine passende Zerlegung in Teilmengen. Das Sprechen des Diagramms, d. h. der Zerlegung in Teilmengen, begleitet sie gestisch durch das Bewegen des Stiftes in der Luft <32>. Strukturell kann hier eine *Vernetzung* von Gestik und Sprache rekonstruiert werden (siehe 3.1). Als Funktion der Geste kann zum einen die Strukturierung der Äußerung rekonstruiert werden, zum anderen das Darstellen der mathematischen Idee (siehe 3.2). Paula berührt zwar nicht die Wendepüttchen, zeigt aber durch die Bewegung des Stiftes in der Luft die vier Teilmengen an. Der Stift wird so zum *Teilnehmer* an der Interaktion. Möglicherweise muss sie diese nicht genauer zeigen, da diese bereits eingekreist sind und ein Püttchen für sie gut als Menge für sich stehen kann. Möglich ist auch, dass sie am Diagramm nur auf Aufforderung handelnd oder gestisch manipuliert.

In Abschnitt drei <33–36> regt die Studentin eine weitere diagrammatische Tätigkeit an, indem sie Paula auffordert, ihr gesprochenes Diagramm aufzuschreiben und so in einem anderen Zeichensystem darzustellen <33>. Papier und Stift werden so wieder zu aktiven *Teilnehmern* in der Interaktion. Paula wird hier diagrammatisch tätig und bezieht die Diagramme aller drei Zeichensysteme, d. h. Anzahlen mit Wendepüttchen, gesprochene natürliche Zahlen, geschriebene natürliche Zahlen, aufeinander: „(schreibt 2+) zwei plus% < (schaut aufs Muster, schreibt dann 6+) sechs plus% (schaut aufs Muster, schreibt dann 4+) vier plus% < (schreibt 1) eins% gleich dreizehn%“ <34>. Strukturell kann hier wiederum eine *Vernetzung* von Sprache und Handlung rekonstruiert werden (siehe 3.1).

8 Zusammenfassung und Diskussion

In beiden hier gezeigten Beispielen kann der Support-Job *Entwicklungsfortschritt* (Tiedemann, 2012, S. 167) rekonstruiert werden. In beiden Beispielen werden die Arbeitsmittel als Ausgangspunkt für einen potenziellen Entwicklungsfortschritt des Kindes verwendet. Der Umgang mit dem Arbeitsmittel ist nicht interaktional gleichberechtigt, sondern das Kind passt sich an. Am Arbeitsmittel wird die auf den Förderaktivitäten beruhende Situationsidee des bzw. der Studierenden entfaltet. In beiden Szenen zeigen die Studierenden eine Offenheit für eigene Erkundungen des Kindes am Arbeitsmittel und greifen diese auf. Unterschiede zeigen sich darin, inwieweit das Kind die Möglichkeit erhält, eigene Erkundungen am Arbeitsmittel selbstständig weiterzuverfolgen:

- In Beispiel 1 etabliert sich zwischen Samira und Herrn Wehrle eine Interaktionsroutine, in der Samira im Rahmen der vorgegebenen Aufgabenstellung eigene Erkundungen am Material machen kann und die Verantwortung dafür übernimmt. Sie muss begründen, warum etwas passt oder nicht passt oder Vorgehensweisen überzeugend beschreiben.
- In Beispiel 2 etabliert sich zwischen Paula und Frau Schwyzer eine Interaktionsroutine, in der Paula im Rahmen der vorgegebenen Aufgabenstellung zunächst auch eigene Erkundungen am Material machen kann. Die Verantwortung dafür übernimmt sie jedoch nicht. Diese bleibt bei Frau Schwyzer, die letztlich entscheidet, ob etwas passt oder nicht.

Das Arbeitsmittel wird in beiden Beispielen die meiste Zeit über als *Teilnehmer* in die Interaktion eingebunden (siehe 3.1). Meist wird es durch die Studierenden zum *Teilnehmer* gemacht. In der Rolle der Arbeitsmittel in der Interaktion zeigen sich jedoch auch Unterschiede:

- In Beispiel 1 ist das Arbeitsmittel in verschiedenen Rollen als *Teilnehmer* in die Interaktion von Samira und Herrn Wehrle eingebunden. Es ist Teil der Aufgabenstellung und hat Anteil an Begründungen und Beschreibungen. In der Meta-Kommunikation wird es von Herrn Wehrle zum *Bystander* gemacht, bevor er es danach zum Teil einer variierten Aufgabenstellung macht.
- In Beispiel 2 ist das Arbeitsmittel als *Teilnehmer* stets in der Rolle als Teil der Aufgabenstellung eingebunden. Paula macht es kurzzeitig möglicherweise zum *Bystander*, wenn sie ein Diagramm spricht, dieses aber nicht direkt erkennbar mit dem Arbeitsmittel verbindet. Frau Wehrle reagiert, indem sie es wiederum deutlich zum *Teilnehmer* macht.

Die Interpretation von Arbeitsmitteln als Diagramme (siehe 3.2) wird in der Interaktion in beiden Beispielen durch die Studierenden oder bei Paula zu Beginn der Szene als eine Interaktionsroutine angeregt. In beiden Beispielen wird durch die Frage „wie viele“ eine diagrammatische Tätigkeit der Lernenden hervorgerufen, die sich in einer regelhaften Anzahlbestimmung zeigt. Wie die Lernenden dabei genau vorge-

hen, bleibt implizit. Beide Studierenden versuchen in der Interaktion, die diagrammatischen Tätigkeiten explizit zu machen und orientieren sich dabei an den in den Förderaktivitäten genannten Ideen.

- Herr Wehrle fordert in Beispiel 1 Samira dazu auf, ihre Äußerung zu begründen oder zu beschreiben. In beiden Fällen wird Samira diagrammatisch tätig. Bei der Begründung erforscht sie gestisch manipulierend das Diagramm und erweitert es. Die vorherige sprachliche Äußerung wird daraufhin von ihr in Frage gestellt. Eine *Ping-Pong-Struktur* (siehe 3.1) kann rekonstruiert werden. Bei der Beschreibung manipuliert sie das Diagramm handelnd und gestisch im zeitlichen Wechsel. In beiden Fällen zeigen die Gesten mathematische Ideen. Das wird von Paula sprachlich begleitet. Eine *Vernetzungsstruktur* (siehe 3.1) kann rekonstruiert werden. Auch Herr Wehrle wird diagrammatisch aktiv. Er rückt die Sprache stärker in den Vordergrund und begleitet diese gestisch, wobei die Gesten auch hier die mathematische Idee zeigen. Eine *Verflechtungsstruktur* (siehe 7.1.2) kann hinsichtlich Sprache und Gesten bzw. Handlungen rekonstruiert werden. Insgesamt etabliert sich in der Interaktion zwischen Samira und Herrn Wehrle, dass das Arbeitsmittel als Diagramm im Rahmen der Regeln flexibel genutzt werden kann. Das wird dadurch unterstützt, dass sich die diagrammatische Tätigkeit vor allem in Gesten realisiert, die zwar im Gestenraum zeitweise bestehen bleiben und doch flüchtig sind (Huth, 2021).
- Frau Schwyzer fordert in Beispiel 2 Paula dazu auf, ihre Zerlegung am Diagramm einzuzichnen. Paula wird daraufhin (teilweise) diagrammatisch tätig, indem sie Teilmengen einkreist und diese benennt. Hier begleitet die Manipulation am Diagramm die Sprache. Die vorherige sprachliche Äußerung wird von Paula nicht in Frage gestellt. Bei der Tätigkeit am Gesamtdiagramm kann bei Paula stets eine *Vernetzungsstruktur* (siehe 3.1) rekonstruiert werden. Sie tritt kaum selbst mit dem Arbeitsmittel in einen Dialog oder erforscht es. Jegliche diagrammatische Tätigkeit und Interaktion mit dem Arbeitsmittel ist – bis auf die Ausnahme zum Einstieg in die Szene – durch die Studentin vermittelt oder initiiert. Da insgesamt in der Episode verschiedene Zerlegungen zum Diagramm eingezeichnet werden, wird auch hier das Diagramm in der Gesamtbetrachtung flexibel genutzt. In der einzelnen Szene ist die Interpretation des Diagramms durch das Einzeichnen fixiert.

Insgesamt zeigt sich, dass sich der Support-Job *Entwicklungsfortschritt* hinsichtlich der Nutzung der Arbeitsmittel in der Eins-zu-Eins-Förderung unterschiedlich realisiert. Die soziologische Betrachtung der Arbeitsmittel als Akteure in der Interaktion (Fetzer, 2015, 2019) und die semiotische Betrachtung als Diagramme, mit denen gehandelt wird (Dörfler, 2006a; Vogel & Huth, 2020), ermöglichen es, diese Unterschiede herauszuarbeiten. Als Akteure können Arbeitsmittel inhaltliche Möglichkeiten in die Interaktion einbringen (Fetzer, 2015, 2019). Die Beispiele zeigen, dass diese inhaltlichen Möglichkeiten teilweise genutzt werden, teilweise aber auch ungenutzt bleiben.

Weiterhin ist es gerade für den Support-Job *Entwicklungsfortschritt*, der auf das mathematische Lernen der Kinder fokussiert (Tiedemann, 2012), von Bedeutung, dass Arbeitsmittel als Diagramme erforscht und manipuliert werden und die Aushandlung des Gebrauchs und des Umgangs mit Diagrammen ermöglicht wird, da Diagramme die Gegenstände der Mathematik sind (Dörfler, 2006a). Die Beispiele zeigen, dass auch dies in der Interaktion unterschiedlich realisiert wird. Diese herausgearbeiteten Unterschiede in der Realisierung des Support-Jobs *Entwicklungsfortschritt* sind auch durch die Impulse der Studierenden bedingt. So werden teilweise Lernchancen genutzt, teilweise bleiben sie ungenutzt.

9 Ausblick

Bereits die exemplarische Betrachtung zweier Szenen aus Eins-zu-Eins-Förderungen zu Ablösung vom zählenden Rechnen zeigt, dass die Nutzung der Arbeitsmittel im Support-Job *Entwicklungsfortschritt* unterschiedlich realisiert wird. Dabei werden Lernchancen stärker oder weniger stark genutzt. In weiteren Quer- und Längsschnittanalysen anhand des Datenmaterials aus dem Projekt soll der Support-Job *Entwicklungsfortschritt* in dieser Hinsicht weiter ausdifferenziert werden. Dadurch ist es auf theoretischer Ebene möglich, Fördersituationen mit der Funktion des Entwicklungsfortschritts des Kindes genauer zu beschreiben. Auf praktischer Ebene können daraufhin Implikationen für die Lehrer:innenausbildung und -weiterbildung abgeleitet werden. So können in Seminaren und Weiterbildungen im Sinne der Ausbildung einer Bewusstheit (Mason, 1987) bei den (angehenden) Lehrpersonen mathematische Fördersituationen dahingehend reflektiert werden, wie der Support-Job *Entwicklungsfortschritt* realisiert wird, welche Möglichkeiten und Risiken die unterschiedlichen Realisierungen jeweils in sich bergen und welche Alternativen möglich wären. Letztlich soll so die Qualität der Förderung von Kindern mit Schwierigkeiten beim Rechnenlernen gesteigert werden.


Literatur

- Dörfler, W. (2006a). Diagramme und Mathematikunterricht. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 27(3–4), 200–219. <https://doi.org/10.1007/BF03339039>
- Dörfler, W. (2006b). Keine Angst – Mathematik ist nicht (nur) abstrakt. In GDM (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2006* (S. 71–74). Franzbecker.
- Dörfler, W. (2013). Was würden Peirce oder Wittgenstein zu Kompetenzmodellen sagen? In M. Rathgeb, M. Helmerich, M. Krömer, K. Lengnink, & G. Nickel (Hrsg.), *Mathematik im Prozess: Philosophische, historische und didaktische Perspektiven* (S. 73–87). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-02274-7_6
- Fetzer, M. (2007). *Interaktion am Werk. Eine Interaktionstheorie fachlichen Lernens, entwickelt am Beispiel von Schreibanlässen im Mathematikunterricht der Grundschule*. Klinkhardt.
- Fetzer, M. (2015). Mit Objekten rechnen. Empirische Unterrichtsforschung auf den Spuren von Materialien im Mathematikunterricht. In T. Alkemeyer, H. Kalthoff & M. Rieger-La-

- dich (Hrsg.), *Bildungspraxis. Körper – Räume – Artefakte* (S. 309–337). Velbrück. <https://doi.org/10.5771/9783845277349-309>
- Fetzer, M. (2019). Mit Objekten Mathematik lernen. In A. Frank, S. Krauss & K. Binder (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2019* (S. 233–236). WTM-Verlag.
- Fetzer, M. & Tiedemann, K. (2017). *Talking with Objects. Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 10)*, Feb 2017, Dublin, Ireland. Verfügbar unter: <https://hal.archives-ouvertes.fr/CERME10-TWG09/hal-01937158v1>. https://doi.org/10.1007/978-3-319-75055-2_8
- Fetzer, M. & Tiedemann, K. (2018). The interplay of objects and language in the process of abstracting. In J. Moschkovich, D. Wagner, A. Bose, J. Rodrigues & M. Schütte (Hrsg.), *Language and communication in mathematics education: International perspectives* (S. 91–104). Springer.
- Häsel-Weide, U. (2016). *Vom Zählen zum Rechnen*. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-10694-2>
- Häsel-Weide, U., Nührenböcker, M., Moser Opitz, E. & Wittich, C. (2013). *Ablösung vom zählenden Rechnen*. Klett Kallmeyer.
- Hein, K. (2021). *Logische Strukturen beim Beweisen und ihre Verbalisierung*. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-35028-4>
- Hoffmann, M. H. G. (2005). *Erkenntnisentwicklung: Ein semiotisch-pragmatischer Ansatz*. Klostermann.
- Hoffmann, M. H. G. (2007). *Cognitive conditions of diagrammatic reasoning*. Verfügbar unter: http://works.bepress.com/michael_hoffmann/1/. <https://doi.org/10.5771/9783465134398>
- Huth, M. (2020). Gestische Darstellungen in mathematischen Interaktionen. In H.-S. Siller, W. Weigel, J. F. Wörler (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020* (S. 1381–1384). WTM-Verlag.
- Huth, M. (2021). *Diagramme im Handumdrehen. Der Gebrauch von Gesten beim Mathematiklernen*. Unveröffentlichte Dissertation, Goethe-Universität Frankfurt am Main.
- Huth, M. (2022). Handmade diagrams – learners doing math by using gestures. *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 12)*, Feb 2022, Bozen-Bolzano, Italy. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03745964/>
- Huth, M. & Schreiber, C. (2017). Semiotische Analyse. In M. Beck & R. Vogel (Hrsg.), *Geometrische Aktivitäten und Gespräche von Kindern im Blick qualitativen Forschens* (S. 75–103). Waxmann.
- Krauthausen, G. (2018). *Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule* (4. Aufl.). Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-54692-5>
- Krummheuer, G. (1992). *Lernen mit „Format“: Elemente einer interaktionistischen Lerntheorie*. Deutscher Studien Verlag.
- Krummheuer, G. & Brandt, B. (2001). *Paraphrase und Traduktion. Partizipationstheoretische Elemente einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens in der Grundschule*. Beltz.
- Krummheuer, G. & Naujok, N. (1999). *Grundlagen und Beispiele Interpretativer Unterrichtsforschung*. Leske + Budrich. <https://doi.org/10.1007/978-3-322-95191-5>
- Latour, B. (2005). *Reassembling the Social. An Introduction to Actor-Network-Theory*. Oxford University Press.
- Latour, B. & Woolgar, S. (1986). *Laboratory life. The construction of scientific facts*. Princeton University Press. <https://doi.org/10.1515/9781400820412>; PMCid:PMC1899636

- Mason, J. (1987). "Erziehung kann nur auf die Bewusstheit Einfluß nehmen". *mathematik lehren*, 21, 4–5.
- Ott, B. & Wille, A. M. (2022). Diagrammatic activity and communicating about it in individual learning support: Patterns and dealing with errors. *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 12)*, Feb 2022, Bozen-Bolzano, Italy. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03765516/>
- Padberg, F. & Benz, C. (2020). *Didaktik der Arithmetik*. (5. Aufl.). Springer Spektrum.
- Ruf, U. & Gallin, P. (1999). *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik* (Vol. 1). Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung.
- Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2693-2>
- Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Schroedel.
- Schulz, A. (2014). *Fachdidaktisches Wissen von Grundschullehrkräften*. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-08693-0>
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511499944>
- Sfard, A. (2015). Learning, commognition and mathematics. In D. Scott & E. Hargreaves (Hrsg.), *The Sage Handbook of Learning* (S. 129–138). Sage. <https://doi.org/10.4135/9781473915213.n12>
- Sprenger, P. (2021). *Prozesse bei der strukturierenden Mengenwahrnehmung und strukturnutzenden Anzahlbestimmung von Kindern im Elementarbereich*. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-33102-3>
- Steenpaß, A. (2014). *Grundschul Kinder deuten Anschauungsmittel*. <https://d-nb.info/1059350777/34>.
- Tiedemann, K. (2012). *Mathematik in der Familie*. Waxmann.
- Tiedemann, K. (2021). Wer spricht, sieht mehr. In K. Hein, C. Heil, S. Ruwisch, & S. Prediger (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2021* (S. 29–36). WTM-Verlag.
- Tiedemann, K. & Rottmann, T. (2019). Beschreibungen als fachliche Wegweiser. In B. Brandt & K. Tiedemann (Hrsg.), *Mathematiklernen aus interpretativer Perspektive I* (S. 165–192). Waxmann.
- Vogel, R. (2017). Diagrammatischer Charakter von Handlungen an Objekten in mathematischen Spiel- und Erkundungssituationen. In U. Kortenkamp & A. Kuzle (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017* (S. 993–996). WTM-Verlag.
- Vogel, R. & Huth, M. (2020). Modusschnittstellen in mathematischen Lernprozessen. In G. Kadunz (Hrsg.), *Zeichen und Sprache im Mathematikunterricht* (S. 215–253). Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-662-61194-4_10
- Wartha, S. & Schulz, A. (2014). *Rechenproblemen vorbeugen*. Cornelsen Scriptor.
- Wehren-Müller, M., Widmer, J., Hepberger, B., Moser Opitz, E., Ott, B. & Vogt, F. (2018). *Förder einheiten für die individuelle Förderung (FEI). Intervention im Rahmen des Projektes MALKA*. St. Gallen: Pädagogische Hochschule St. Gallen.
- Wille, A. M. (2020). Activity with Signs and Speaking About It: Exploring Students' Mathematical Lines of Thought Regarding the Derivative. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18, 1587–1611. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-10024-1>

Transkriptionslegende

... ..	Pause: . 1Sek .. 2Sek ... 3Sek	/	Stimmhebung																				
(4Sek.)	Pause mit angegebener Länge	\	StimmSenkung																				
<i>(Kursiver Text)</i>	Beschreibung von Handlungen, Gestik, Körperbewegungen, ...	-	Stimme bleibt in der Schwebe																				
%	Ende einer Handlung	Fett	Betonung																				
P1, P2,	Positionen auf dem Zwanzigerfeld	G e s p e r r t	Gedehnte Aussprache																				
	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100px; height: 20px;"> <tr> <td>P1</td><td>P2</td><td>P3</td><td>P4</td><td>P5</td><td>P6</td><td>P7</td><td>P8</td><td>P9</td><td>P10</td> </tr> <tr> <td>P11</td><td>P12</td><td>P13</td><td>P14</td><td>P15</td><td>P16</td><td>P17</td><td>P18</td><td>P19</td><td>P20</td> </tr> </table>	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	<	Gleichzeitige Äußerungen
P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10														
P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20														
	 Trennlinie	#	Äußerungen knüpfen unmittelbar aneinander an																				